

Zusatzaufgaben zum Übungsblatt

Technische Hochschule Mittelhessen, Mathematik 2 für EI, Prof. Dr. B. Just

Die Aufgaben sind anspruchsvoll, aber sie vertiefen das Verständnis :). Klausurrelevant sind sie nicht - die Themen waren in der Vorlesung ja nicht dran. Aber wer möchte, kann im Skript nachlesen :)

Zusatzaufgabe Polarkoordinaten

Die Kardioide ist die Kurve im \mathbb{R}^2 , die man erhält, wenn man den \mathbb{R}^2 als komplexe Zahlen-ebene ansieht und dann zu jedem Winkel $\varphi \in [0, 2\pi]$ die komplexe Zahl $(1 + \cos \varphi) \cdot e^{i\varphi}$ einträgt. Ein Bild der Kardioide findet sich in Papula 2, Seite 288. (Oder Sie zeichnen Sie selbst, indem Sie für φ einige Winkel einsetzen und den jeweiligen Kurvenpunkt in den \mathbb{R}^2 einzeichnen).

Bitte berechnen Sie mithilfe von Polarkoordinaten die Fläche zwischen Kardioide und halber Kardioide (d.h., Kardioide mit halbem Radius).

Hinweis: Die Stammfunktion finden Sie gut mit dem TI :-). Er kann unbestimmte Integrale wie $\int x^2 dx$ und bestimmte Integrale wie $\int_a^b x^2 dx$ berechnen.

Zusatzaufgabe Dreifachintegrale

Es sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = x$. Bitte berechnen Sie $\iiint_{(A)} f dA$

für den Tetraeder A mit den Ecken $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ und $(0, 0, 1)$.

Mit anderen Worten : $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x, y, z \geq 0 \text{ und } x + y + z = 1\}$.

Viel Spass und Erfolg!