Übungsblatt 5 - Musterlösung

Technische Hochschule Mittelhessen, Mathematik 2 für EI, Prof. Dr. B. Just

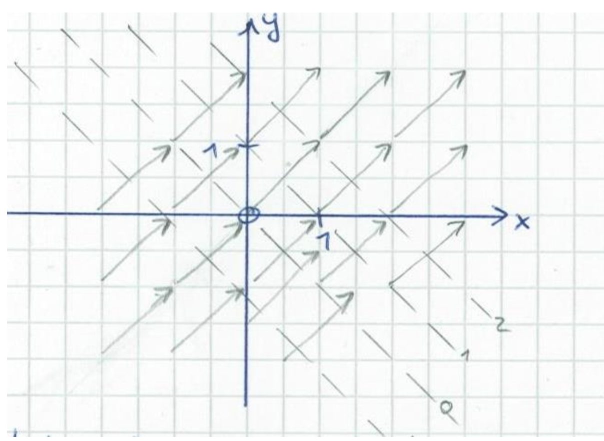
Aufgabe 1

$r : [-2, 3] \to \mathbb{R}^3,\ r(t) = (\sin(t)\ ,\ t\ ,\ t^2)$, also ist $\dot{r}(t) = (\cos(t), 1, 2t)$.
Man erhält:

$$\begin{aligned}
\int_C f\ dr &= \int_{t_n}^{t_0} f(r(t)) \cdot |\dot{r}(t)|\, dt \\
&= \int_{-2}^{3} f(\sin(t)\ ,\ t\ ,\ t^2)) \cdot |\dot{r}(t)|\, dt \\
&= \int_{-2}^{3} (\sin(t) + 2t + 3t^2) \cdot \sqrt{(\cos(t))^2 + 1^2 + (2t)^2}\ \ dt\ \approx\ 180,789
\end{aligned}$$

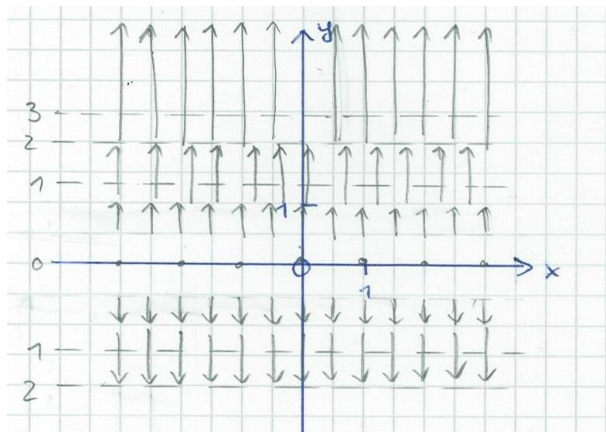
Aufgabe 2

a.) $F(x, y) = (1, 1)$



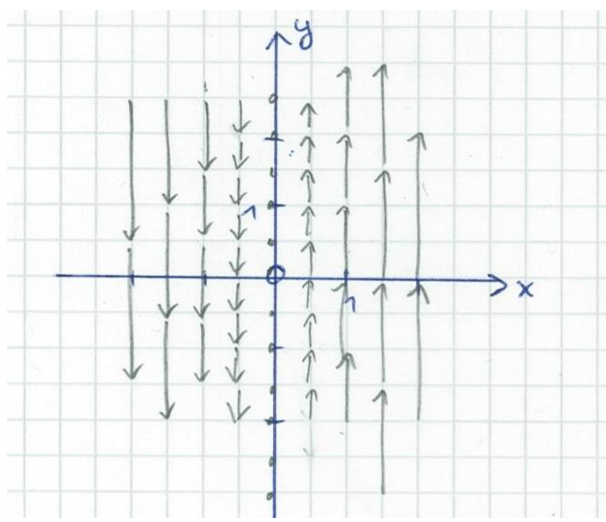
Die Potentialfunktion ist $\Phi(x, y) = x + y$ (bis auf Addition einer Konstanten eindeutig). Die Niveaulinien zu $-1, 0, 1$ und 2 sind eingezeichnet.

b.) $F(x,y) = (0,y)$



Die Potentialfunktion ist $\Phi(x,y) = y^2/2$ (bis auf Addition einer Konstanten eindeutig). Die Niveaulinien zu $0,1,2$ und 3 sind eingezeichnet.

c.) $F(x,y) = (0,x)$



Dies ist kein Gravitationsfeld (oder Potentialfeld). Denn wenn es Niveaulinien gäbe, müssten die Vektorpfeile senkrecht auf ihnen stehen. Also müssten die Niveaulinien parallel zur x-Achse sein.
Aber da der Abstand der Niveaulinien umso kleiner sein muss, je länger die Pfeile sind, müssten sie auch umso näher zusammenliegen, je größer x wird.
Beides zusammen geht nicht, also kann es keine Niveaulinien, und mithin keine Potentialfunktion, geben.