

# Übungsblatt 8 + 9

Technische Hochschule Mittelhessen, Mathematik 2 für EI, Prof. Dr. B. Just

## Aufgabe 1

a.) Bitte lösen Sie das Anfangswertproblem  $y' + 5y = 2 \cdot e^{-5x}$ ,  $y(2) = 6 \cdot e^{-10}$ .

Bitte gehen Sie dabei wie folgt vor:

- i.) Bestimmung der allgemeinen Lösung der zugehörigen homogenen linearen DGL;
- ii.) Prüfung, ob die Störfunktion zu einer Resonanz führt und Bestimmung einer partikulären Lösung  $y_p$  der DGL;
- iii.) Bestimmung der allgemeinen Lösung der inhomogenen linearen DGL;
- iv.) Bestimmung der speziellen Lösung für das Anfangswertproblem anhand der vorgegebenen Anfangswerte.

b.) Bitte lösen Sie das Anfangswertproblem  $y'' - 2y' + 5y = \cos(2x)$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y(\pi/4) = 0$ .

Bemerkung: 1/17 ist für diese Aufgabe eine schöne Zahl ;-).

## Aufgabe 2

Für den Stromfluss in einem RLC-Kreis mit sinus-förmiger Ausgangsspannung wird die Schwingungs-Differentialgleichung betrachtet:

$$y'' + a_1y' + a_0y = \cos(x).$$

Es geht darum, herauszufinden, für welche Parameter  $a_1, a_0$  Resonanzen auftreten können. Eine Resonanz tritt auf, wenn mit der Darstellung

$$\cos(x) = p(x) \cdot e^{\alpha x} \cdot \begin{cases} \sin(\beta x) \\ \cos(\beta x) \end{cases}$$

mit einem Polynom  $p(x)$  vom Grad  $\text{grad}p(x)$  die zugeordnete Zahl  $\alpha + j\beta \in \mathbb{C}$  (die auch Null sein kann, oder nur aus Realteil oder nur aus Imaginärteil bestehen kann) eine Nullstelle des charakteristischen Polynoms der Differentialgleichung ist.

- a.) Bitte benennen Sie das charakteristische Polynom der DGL  $y'' + a_1y' + a_0y = \cos(x)$ .
- b.) Welche Nullstellen hat es?
- c.) Was ist in der DGL  $y'' + a_1y' + a_0y = \cos(x)$  das Polynom  $p(x)$  sowie die Zahl  $\alpha + j\beta \in \mathbb{C}$ , die zur Prüfung herangezogen wird, ob eine Resonanz vorliegt?
- d.) Im aperiodischen Grenzfall hat das charakteristische Polynom eine doppelte reelle Nullstelle. Kann in diesem Falle in der DGL  $y'' + a_1y' + a_0y = \cos(x)$  eine Resonanz entstehen? Warum (nicht)?
- e.) Im Kriechfall hat das charakteristische Polynom zwei einfache reelle Nullstellen. Kann in diesem Falle in der DGL  $y'' + a_1y' + a_0y = \cos(x)$  eine Resonanz entstehen? Warum (nicht)?
- f.) Im Schwingfall hat das charakteristische Polynom ein Paar konjugiert komplexer Nullstellen. Kann in diesem Falle in der DGL  $y'' + a_1y' + a_0y = \cos(x)$  eine Resonanz entstehen? Warum (nicht)?
- g.) Wie sieht für die DGL  $y'' + y = \cos(x)$  der Lösungsansatz für die partikuläre Lösung  $y_p$  aus?
- h.) Ist  $y_p(x)$  für  $x \rightarrow \infty$  beschränkt? (... das erklärt den Begriff „Resonanzkatastrophe“).

**Viel Spass und Erfolg!**