Übungsblatt 11 - Musterlösung

Technische Hochschule Mittelhessen, Mathematik 2 für EI, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

Hier noch einmal die Wahrscheinlichkeiten für die Ergebnisse des Wurfs:

Ergebnis	0	1	2	3	4	5
Wahrscheinlichkeit	0,1	0,2	0,1	0,4	0,2	0

a.) Bitte machen Sie sich klar, dass die Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten 1 ergibt:

$0,1 + 0,2 + 0,1 + 0,4 + 0,2 + 0 = 1.$

b.) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei dem Wurf eine 2 herauskommt?

Die Wahrscheinlichkeit ist $0,1$ (ablesen aus der Tabelle)

c.) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei dem Wurf keine 2 herauskommt?

Die Wahrscheinlichkeit ist $0,9$
(entweder Gegenwahrscheinlichkeit zu b., also $1 - 0,1$, oder die Summe der anderen Wahrscheinlichkeiten, also $0,1 + 0,2 + 0,4 + 0,2 + 0$.)

d.) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei dem Wurf eine 2 oder eine 3 herauskommt?

Die Wahrscheinlichkeit ist $0,1 + 0,4 = 0,5$ (Addition der beiden Wahrscheinlichkeiten).

e.) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei dem Wurf eine Zahl herauskommt, die mindestens 2 ist?

Die Wahrscheinlichkeit ist $0,1 + 0,4 + 0,2 + 0 = 0,7$ (Addition der Wahrscheinlichkeiten aller Ereignisse, die mindestens 2 sind).

f.) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei dem Wurf eine 2 herauskommt, unter der Bedingung, dass das Ergebnis mindestens 2 ist?

Es wird mit der Formel für bedingte Wahrscheinlichkeit gerechnet. A ist die Menge der Ereignisse, deren Wahrscheinlichkeit ausgerechnet werden soll, B ist die Menge der Ereignisse, die die Bedingung erfüllen.

$B = \{2, 3, 4, 5\},\ A = \{2\},\ A \cap B = \{2\}.$

$p(B) = 0,1 + 0,4 + 0,2 + 0 = 0,7,\ p(A) = 0,1,\ p(A \cap B) = 0,1.$

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0,1}{0,7} = 1/7 \approx 0,143.$$

g.) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei dem Wurf eine 2 herauskommt, unter der Bedingung, dass das Ergebnis weder 3 noch 4 ist?

Wieder wird mit der Formel für bedingte Wahrscheinlichkeiten gerechnet, Bezeichnungen wie in f.
Jetzt ist:

$B = \{0, 1, 2, 5\},\ A = \{2\},\ A \cap B = \{2\}.$

$p(B) = 0,1 + 0,2 + 0,1 + 0 = 0,4,\ p(A) = 0,1,\ p(A \cap B) = 0,1.$

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0,1}{0,4} = 1/4 = 0,25.$$

Aufgabe 2

a.)

Einfaches Laplace-Experiment. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Damit ist die Wahrscheinlichkeit 1/6.

b.)

$B = \{2, 4, 6\},\ A = \{4\},\ A \cap B = \{4\}.$

$p(B) = 1/2,\ p(A) = 1/6,\ p(A \cap B) = 1/6.$

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{1/6}{1/2} = 1/3.$$

c.)

Für jedes Output-Tripel, also auch für (1,2,3), ist die Wahrscheinlichkeit $1/N$ mit
N = (Anzahl Ausprägungen)$^3 = 6^3 = 216$.
Also ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit $1/216 \approx$ 0,0046.

d.)

$B = \{(*, 2, *)\},\ A = \{(1, 2, 3)\},\ A \cap B = \{(1, 2, 3)\}.$

$p(B) = 1/6,\ p(A) = 1/6^3,\ p(A \cap B) = 1/6^3.$

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{1/6^3}{1/6} = 1/36 \approx 0,02778.$$

e.)

Es gibt insgesamt 6^4 mögliche Ergebnisse für 4 Würfe. Davon enthalten 5^4 keine 3. Die Wahrscheinlichkeit ist also $5^4/6^4 = 625/1296 \approx 0,48225$.

f.)

Die Wahrscheinlichkeit für mindestens eine 3 ist 1- p(keine 3), also nach Teil e.) $1 - 625/1296 \approx 0,51775$.