

# Übungsblatt05 - Groß-O-Notation und Laufzeitanalysen

TH Mittelhessen, FB MNI, Berechenbarkeit und Komplexität, Prof. Dr. B. Just

## Aufgabe 1

a.) Bitte schreiben Sie die folgenden Funktionen  $f(n)$  in der Groß-O-Notation:

- i.)  $f(n) = n^2 + 2n + 4$     ii.)  $f(n) = n^3 + \log_2 n$     iii.)  $f(n) = n^2 + \log n + \sqrt{n}$   
iv.)  $f(n) = 2^n + 2n + 4$     v.)  $f(n) = 3^n + \log_2 n$     vi.)  $f(n) = n + \log n + \log \log n$

b.) Welche der Funktionen aus a.) erfüllen  $f(n) = o(n^4)$ ?

## Aufgabe 2

Betrachtet werden die folgenden Algorithmen:

- i.) Addition zweier natürlicher Zahlen  $n_1, n_2 \in \mathbb{N}$ .  
ii.) Addition zweier Brüche  $z_1/n_1, z_2/n_2 \in \mathbb{Q}$ , dargestellt durch ihre Zähler und Nenner.  
iii.) Finden des Maximums von  $n$  natürlichen Zahlen  $s_1, s_2, \dots, s_n \in \mathbb{N}$ .  
iv.) Sortieren der  $n$  natürlichen Zahlen aus c.) mit Bubblesort.  
v.) Multiplizieren zweier  $n \times n$ - Matrizen, deren Einträge alle natürliche Zahlen sind, die kleiner als eine obere Schranke  $B \in \mathbb{N}$  sind.  
vi.) Bestimme die Zahl der Zusammenhangskomponenten eines Graphen mit  $n$  Knoten, der durch seine Adjazenzmatrix gegeben ist. Dabei wird angenommen, dass man in einem Schritt auf jeden Eintrag der Adjazenzmatrix zugreifen kann.

a.) Bitte geben Sie die Zahl der arithmetischen Operationen für alle Algorithmen in Groß-O-Notation an.

b.) Bitte geben Sie die Zahl der Bit-Operationen für alle Algorithmen in Groß-O-Notation an.

## Aufgabe 3

Bitte erfinden Sie Algorithmen, die die folgenden Berechnungsprobleme durch Ausprobieren lösen, und geben Sie die Zahl der im worst case benötigten Rechenschritte in der Groß-O-Notation an:

- a.) Faktorisierung einer Zahl  $n = p \cdot q$ .  
Hier soll die Zahl der benötigten Rechenschritte in Abhängigkeit von der Eingabelänge angegeben werden.  
b.) Finden einer erfüllenden Belegung einer Boole'schen Formel.  
Hier soll die Zahl der benötigten Rechenschritte in Abhängigkeit von der Anzahl der Boole'schen Variablen angegeben werden.  
c.) Finden eines Weges in einem Graphen von einem Knoten  $s$  zu einem Knoten  $t$ .  
Hier soll die Zahl der benötigten Rechenschritte in Abhängigkeit von der Anzahl der Knoten des Graphen angegeben werden.

## Aufgabe 4

Bitte arbeiten Sie im Sipser die Seiten 275-282 durch. Den Teil mit der Simulation einer zwei-Band TM durch eine ein-Band TM können Sie weglassen :).  
Am Ende sollten Sie fit in der Groß-O-Notation sein, und die Laufzeitanalyse aus Algorithmen und Datenstrukturen wieder präsent haben :).

**Viel Spass und Erfolg!**