

# Übungsblatt 2

Technische Hochschule Mittelhessen, FB MNI, Lineare Algebra für Informatiker, Prof. Dr. B. Just

## Aufgabe 1

- $(1, 3, 4, 7, 5) \cdot (2, 4, -3, -2, -1) =$
- $(a, -b, c, -d) \cdot (-c, -b, a, \frac{1}{d}) =$
- $|(4, 3, 2, -1, -5)| =$
- Bitte denken Sie sich selbst Rechenaufgaben mit Skalarprodukt und Norm aus, auch mit Variablen, bis es Ihnen langweilig wird :).

## Aufgabe 2

Bitte beweisen Sie die folgenden Rechenregeln für das Skalarprodukt:

Seien  $x = (x_1, \dots, x_n)$ ,  $y = (y_1, \dots, y_n)$ ,  $z = (z_1, \dots, z_n) \in \mathbb{R}^n$  und  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ .

Dann gilt:

- $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$
- $(\lambda \cdot x) \cdot (\mu \cdot y) = \lambda \cdot \mu \cdot (x \cdot y)$
- $0 \cdot x = 0$
- $x \cdot y = y \cdot x$

Wenn Sie keine Idee haben, überlegen Sie sich zunächst Zahlenbeispiele :-).

## Aufgabe 3

Gesucht ist ein Vielfaches des Vektors  $x = (3, 1, 4, 5, 1, 8, 2, 1)$ , das die Norm 1 hat.  
(Ein Einheitsvektor in Richtung  $x$ .)

## Aufgabe 4

Es seien  $x, y \in \mathbb{R}^n$ . Bitte rechnen Sie nach, indem Sie die Definition von Norm und Skalarprodukt einsetzen:  $|x + y|^2 = |x|^2 + 2 \cdot x \cdot y + |y|^2$

Leichtere Alternative:

Es seien  $x, y \in \mathbb{R}^7$ . Bitte rechnen Sie nach:  $|x + y|^2 = |x|^2 + 2 \cdot x \cdot y + |y|^2$

## Aufgabe 5

- Bitte berechnen Sie die orthogonale Zerlegung von  $y = (2, 3, 1, 1, 5, 0)$  längs  $x = (1, -1, 2, -2, 1, -1)$
- Bitte berechnen Sie die orthogonale Zerlegung von  $y = (-4, -5, -13, -7, 1)$  längs  $x = (3, 2, 2, 4, 2)$
- Es seien  $x, y \in \mathbb{R}^n$  und  $y = y^{par} + y^{senk}$  die orthogonale Zerlegung von  $y$  längs  $x$ . Weiter sei  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Bitte berechnen Sie die orthogonale Zerlegung von  $\lambda \cdot y$  längs  $x$ .

## Aufgabe 6

- Im  $\mathbb{R}^n$  ist die Raumdiagonale des (n-dimensionalen) Einheitswürfels der Vektor, bei dem jede Komponente eine 1 ist. Welchen Winkel schließt die Raumdiagonale des Einheitswürfels mit einem Standard-Einheitsvektor ein?
- Welche Zahlenwerte ergeben sich im  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$  und  $\mathbb{R}^4$ ? Angabe bitte in Bogenmaß oder Grad, mit einer Nachkommastelle.

Viel Spass und Erfolg :-)