

Übungsblatt 4

Technische Hochschule Mittelhessen
FB MNI, Lineare Algebra für Informatiker, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

Es sei $A = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$.

- Bitte berechnen Sie $A \cdot B$
- Bitte berechnen Sie $B \cdot A$
- Ist die Multiplikation von A und B kommutativ?

Aufgabe 2

Bitte berechnen Sie

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & b \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \right]$$

Aufgabe 3

Es sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

Welche der Produkte $A \cdot B$, $A \cdot C$, $B \cdot A$, $B \cdot C$, $C \cdot A$ und $C \cdot B$ können gebildet werden? Bitte berechnen Sie diese Produkte.

Aufgabe 4

Es sei $A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} \\ b_{2,1} & b_{2,2} \end{pmatrix}$.

- Bitte berechnen Sie $(A \cdot B)^T$
- Bitte berechnen Sie $B^T \cdot A^T$
- Ist beides gleich?
- Anspruchsvoll :-): Seien $m, n, p \in \mathbf{N}$. Bitte beweisen Sie: Für jede $m \times n$ -Matrix A und $n \times p$ -Matrix B gilt:

$$(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T.$$

Aufgabe 5

Es sei $A = (a_{i,j})$ eine $m \times n$ -Matrix und $E_n = (e_{i,j})$ die $n \times n$ -Einheitsmatrix. D.h., für $i, j = 1, \dots, n$ ist $e_{i,i} = 1$ und für $j \neq i$ ist $e_{i,j} = 0$. Bitte beweisen Sie: $A \cdot E_n = A$.

Hinweis: Um die Gleichheit zweier Matrizen (hier $A \cdot E_n$ und A) zu zeigen, zeigt man zunächst, dass beide das gleiche Format haben. Dann zeigt man für jede Position i, j , dass beide Matrizen dort übereinstimmen.

Viel Spass und Erfolg!