Übungsblatt 8

Technische Hochschule Mittelhessen
FB MNI, Lineare Algebra für Informatiker, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

Bitte wenden Sie den Gauss-Jordan-Algorithmus an, um die Matrix $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -6 \\ -2 & -2 & -3 \\ 0,5 & 5,75 & -43,5 \end{pmatrix}$ auf Diagonalgestalt zu bringen. Geben Sie dabei die benutzten Transformationsmatrizen mit an.

Aufgabe 2

Das folgende lineare Gleichungssystem liegt in Zeilenstufenform vor:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
-1	2	0	1	1	5	10
0	1	3	1	-1	2	10
0	0	0	2	6	1	10
0	0	0	0	0	0	y

a.) Für welche Werte von y ist das Gleichungssystem lösbar?

b.) Bitte bestimmen Sie die Lösungsmenge für den Fall, dass $y = 0$ gilt.

c.) Was ist die Dimension der Lösungsmenge im Fall $y = 0$, und was stellt die Lösungsmenge geometrisch dar?

Aufgabe 3

a.) Bitte bringen Sie das folgende LGS

$$\begin{aligned} 2 \cdot x_1 + x_2 + 2 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 &= 4 \\ -6 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 - 10 \cdot x_4 + 4 \cdot x_5 &= -9 \\ 2 \cdot x_1 + x_2 + 4 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 + 10 \cdot x_5 &= 16 \end{aligned}$$

auf die Form

x_1	$\cdots$	x_n	
a_{11}	$\cdots$	a_{1n}	b_1
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
a_{m1}	$\cdots$	a_{mn}	b_m

b.) Bitte lösen Sie das LGS.

c.) Bitte machen Sie die Probe: Der nicht-parametrisierte Vektor aus der Beschreibung des Lösungsraums (der ohne λ davor) muss das LGS erfüllen. Die parametrisierten Anteile der Lösung (mit λs davor) müssen das zugehörige homogene LGS, bei dem die linken Seiten der Gleichungen unverändert bleiben, aber die rechten Seiten Null sind, erfüllen.

d.) Was ist der Rang des LGS und die Dimension der Lösungsmenge?

Aufgabe 4

Bitte kreuzen Sie an, ob die folgenden Aussagen über Lineare Gleichungssysteme (kurz: "LGS") richtig oder falsch sind, und geben Sie eine kurze Begründung. Die Aussagen befinden sich auf der Rückseite des Aufgabenblattes.

Aussage	Richtig	Falsch	Begründung
Jedes lineare Gleichungssystem hat eine Lösung.			
Jedes lineare Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen.			
Wenn das LGS genauso viele Zeilen wie Unbekannte hat, dann hat es immer eine Lösung.			
Wenn alle Absolutglieder Null sind, dann hat das LGS mindestens eine Lösung.			
Es gibt ein Verfahren, das für jedes LGS eine Lösung findet oder feststellt, dass es keine Lösung gibt.			
$3 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 \leq 5$ ist ein lineares Gleichungssystem.			
Wenn die Koeffizientenmatrix des LGS Zeilenstufenform hat, kann man sehr leicht sehen, ob es eine Lösung gibt, und in diesem Fall auch eine Lösung leicht ausrechnen.			
Am anspruchsvollsten: Wenn die Zeilen der Matrix A im LGS $A \cdot x = b$ als Vektoren linear unabhängig sind, hat das LGS mindestens eine Lösung.			