Übungsblatt 9

Technische Hochschule Mittelhessen
FB MNI, Lineare Algebra für Informatiker, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

a.) Sind die Spaltenvektoren (d.h., die Spalten der Matrix, aufgefasst als Vektoren) der folgenden Matrix linear unabhängig? $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b.) Liegt $(1, 1, 1, 1) \in \mathbb{R}^4$ im von den Spaltenvektoren aufgespannten Unterraum des $\mathbb{R}^4$?

Aufgabe 2

Für welche Werte von α und β hat das folgende lineare Gleichungssystem eine Lösung? Welche?

x_1	x_2	
1	α	1
3	$\beta + 3\alpha$	1
-2	$2\beta - 2\alpha$	α

Aufgabe 3

Bitte bestimmen Sie Zeilen- und Spaltenrang der folgenden Matrizen:

a.) $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0,5 \\ 0 & -8 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ b.) $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ c.) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4

Bitte finden Sie alle Vektoren $x \in \mathbb{R}^4$, die senkrecht auf allen drei Zeilenvektoren der folgenden Matrix stehen: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 5

a.) Bitte beweisen ;-) Sie, dass die Lösungsmenge des homogenen linearen Gleichungssystems $A\ x = 0$ ein Vektorraum ist.

b.) Die Lösungsmenge eines inhomogenen linearen Gleichungssystems, bei dem mindestens ein Eintrag der rechten Seite von Null verschieden ist, ist kein Vektorraum. Warum?

c.) Ein affiner Raum ist eine Menge $A \subseteq \mathbb{R}^n$, für die ein Vektor $v_0 \in \mathbb{R}^n$ und ein Vektorraum $V \subseteq \mathbb{R}^n$ existieren mit $A = \{v_0 + v : v \in V\}$.

Bitte beweisen Sie, dass die Löungsmenge des inhomogenen linearen Gleichungssystems $A\ x = b$, bei dem mindestens ein Eintrag der rechten Seite von Null verschieden ist, ein affiner Raum ist (sofern sie nicht leer ist).

Viel Spass und Erfolg :-)