Übungsblatt 12

Technische Hochschule Mittelhessen
FB MNI, Lineare Algebra für Informatiker, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

Es sei $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a.) Bitte bestimmen Sie das charakteristische Polynom von A, mit Begründung.

b.) Bitte bestimmen Sie die Eigenwerte von A mit Erläuterung.

c.) Bitte bestimmen Sie jeweils einen Eigenvektor pro Eigenwert, mit kurzer Erläuterung.

Aufgabe 2

Eine <u>stochastische Matrix</u> ist eine quadratische Matrix, bei der alle Einträge im Intervall $[0, 1]$ liegen, und bei der für jede Zeile die Summe der Elemente, die in dieser Zeile stehen, 1 ergibt.

So ist z.B. $M = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & 0 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$ eine stochastische Matrix.

a.) Bitte bestimmen Sie das Charakteristische Polynom der genannten Matrix M.

b.) Bitte bestimmen Sie alle Eigenwerte der Matrix M.

c.) Bitte bestimmen Sie einen Eigenvektor der Matrix M zum Eigenwert 1, mit Nachweis, dass es ein Eigenvektor ist.

d.) Bitte zeigen Sie, dass jede stochastische $n \times n$- Matrix den Eigenvektor $(1, 1, ..., 1) \in \mathbb{R}^n$ hat, und nennen Sie den zugehörigen Eigenwert.

(Im Zweifel $n = 7$ nehmen :-)).

Aufgabe 3

Für die $n \times n$-Matrix A sei $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{(0, ..., 0)\}$ ein Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda \in \mathbb{R}$.

Bitte zeigen Sie:

Für alle $k \in \mathbb{N}$ ist x ein Eigenvektor der Matrix A^k zum Eigenwert λ^k.

Viel Spass und Erfolg :-)