

Probeklausur

Technische Hochschule Mittelhessen, Mathematik 1 für EI, Prof. Dr. B. Just

Name: Matrikel-Nr:.....

Mögliche Punkte: 100 Erreichte Punkte:

- Bitte tragen Sie jeweils das Endergebnis in das Kästchen ein.
- Bitte schreiben Sie die Nebenrechnungen und Begründungen auf den vorgesehenen Platz neben die Kästchen, notfalls auf Zusatzblätter. Es führt zu Punktabzug, wenn wesentliche Zwischenschritte und Begründungen fehlen.
- An Hilfsmitteln sind ausschließlich 5 handgeschriebene Blätter, d.h. 10 handgeschriebene Seiten, im Original zugelassen.

Aufgabe 1 (15 Punkte)

- a.) Bitte bestimmen Sie die Koordinatenform der Ebene $e = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_2 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- b.) Bitte bestimmen Sie den Abstand des Punktes $P = (2, 1, 0)$ zur Ebene $e : 2x - 2y + z = 1$.
- c.) Bitte bestimmen Sie die Determinante der Matrix $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 4 & 7 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

Lösung Aufgabe 1

a.) Koordinatenform:

Herleitung:

b.) Abstand:

Herleitung:

c.) Determinante: $\det\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 4 & 7 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix} =$

Berechnung:

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Bitte bestimmen Sie den Definitionsbereich (mit Begründung) und die Ableitung (mit Herleitung) der folgenden Funktionen:

a.) $f(x) = e^{\sin(x)} + 1/\sin(x)$.

b.) $f(x) = 1/\ln(x)$.

c.) $f(x) = (\cos(x) \cdot \sin(x))^2$.

Lösung Aufgabe 2

a.) $f(x) = e^{\sin(x)} + 1/\sin(x)$

Definitionsbereich:

Begründung:

Ableitung:

Herleitung:

b.) $f(x) = 1/\ln(x)$

Definitionsbereich:

Begründung:

Ableitung:

Herleitung:

c.) $f(x) = (\cos(x) \cdot \sin(x))^2$

Definitionsbereich:

Begründung:

Ableitung:

Herleitung:

Aufgabe 3 (20 Punkte)

Es sei

$$f(x) = \frac{1}{(x-1) \cdot (x-2)}$$

- Bitte bestimmen Sie die beiden Polstellen von $f(x)$, mit Begründung, warum es sich um Polstellen handelt.
- Bitte bestimmen Sie das Grenzwertverhalten (jeweils rechts- und linksseitiger Grenzwert) an den Polstellen von $f(x)$.
- Bitte bestimmen Sie das Grenzwertverhalten von $f(x)$, wenn x gegen $+\infty$ und gegen $-\infty$ geht.
- Bitte skizzieren Sie $f(x)$.

Lösung Aufgabe 3

a.) Polstellen:

Begründung, warum es Polstellen sind:

b.) Grenzwertverhalten an den Polstellen:

Erste Polstelle, linksseitiger Grenzwert:

Berechnung:

Erste Polstelle, rechtsseitiger Grenzwert:

Berechnung:

Zweite Polstelle, linksseitiger Grenzwert:

Berechnung:

Zweite Polstelle, rechtseitiger Grenzwert:

Berechnung:

c.) Verhalten von $f(x)$ für $x \rightarrow \pm\infty$:

$x \rightarrow +\infty$:

Berechnung:

$x \rightarrow -\infty$:

Berechnung:

d.) Skizze der Funktion $f(x)$

Aufgabe 4 (15 Punkte)

Es sei

$$f(x) = \ln(x^2) \cdot x .$$

Bitte bestimmen Sie die Maxima und Minima der Funktion, und erläutern Sie dabei kurz Ihr Vorgehen.

Hinweis: $f'(x) = \ln(x^2) + 2$, $f''(x) = 2/x$.

Lösung Aufgabe 4

Maxima und Minima:

Erläuterung:

Aufgabe 5 (15 Punkte)

Es seien $f_1(x) = x^2$ und $f_2(x) = \sin(x \cdot \pi/2)$.

- a.) Bitte fertigen Sie in einem gemeinsamen Koordinatensystem eine grobe Skizze der beiden Funktionen an, aus dem hervorgeht, wo beide Funktionen sich schneiden.
- b.) Bitte berechnen Sie die Fläche, die die beiden Funktionsgraphen einschließen.

Lösung Aufgabe 5

- a.) Koordinatensystem mit grober Skizze beider Funktionen

- b.) Fläche zwischen beiden Kurven:

Berechnung der Fläche:

Aufgabe 6 (15 Punkte)

Es seien $z_1 = 2 + 3j$, $z_2 = -3 - 4j \in \mathbb{C}$.

- Bitte berechnen Sie $z_1 + z_2$.
- Bitte berechnen Sie $z_1 \cdot z_2$.
- Bitte berechnen Sie z_1/z_2 .
- Die Polardarstellung von z_2 sei $z_2 = r \cdot e^{j\phi}$. Bitte berechnen Sie r und geben Sie die Formel­darstellung für ϕ an.

Lösung Aufgabe 6

a.) $z_1 + z_2$

Berechnung:

b.) $z_1 \cdot z_2$

Berechnung:

c.) z_1/z_2

Berechnung:

d.) Berechnung von r und ϕ für die Polardarstellung $z_2 = r \cdot e^{j\phi}$

Berechnung: