

Übungsblatt 2

Technische Hochschule Mittelhessen, Fachbereich MNI, Diskrete Mathematik, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

Bitte vereinfachen Sie die folgenden booleschen Ausdrücke, dabei sind a, b, c jeweils boolesche Variable, die den Wert 0 oder 1 annehmen können. Bitte geben Sie die Rechengesetze an, die Sie benutzt haben.

- a.) $(a \vee b) \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b)$.
- b.) $\neg(a \wedge b) \wedge b$.
- c.) $\neg(a \wedge (b \vee \neg a)) \vee (c \wedge a)$.

Aufgabe 2

Bitte beweisen Sie durch Aufstellung von Wertetabellen die folgenden Gesetze zur Rechnung mit booleschen Variablen a, b, c .

- a.) (Distributivgesetz) $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$.
- b.) (Eine De Morgan'sche Regel) $\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$.
- c.) (Die andere De Morgan'sche Regel) $\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$.

Aufgabe 3

(Beweis der konjunktiven Normalform KNF für zweistellige boolesche Funktionen)

Es sei f eine Funktion, die zwei booleschen Variablen a, b eine boolesche Variable $f(a, b)$ zuordnet. Die Funktion habe für r der vier möglichen Belegungen von (a, b) den Wert 0. Bitte beweisen Sie für jede Belegung der Variablen a, b :

$$f(a, b) = \max_1(a, b) \wedge \dots \wedge \max_r(a, b)$$

wobei \max_1, \dots, \max_r diejenigen Max-Terme von $a \vee b$, $a \vee \neg b$, $\neg a \vee b$, $\neg a \vee \neg b$ sind, für die $f(a, b) = 0$ gilt.

Aufgabe 4

Es seien a, b, c boolesche Variable.

- a.) Bitte finden Sie die disjunktive Normalform DNF der Funktion $a \Rightarrow b$.
- b.) Bitte finden Sie die konjunktive Normalform KNF der Funktion $a \Rightarrow b$.
(Anmerkung: In einer Welt, in der die Regel "Alibi \Rightarrow unschuldig" gilt, ist "kein Alibi oder unschuldig" für jede Person wahr :-).
- c.) Bitte finden Sie die disjunktive Normalform DNF der Funktion $a \vee (b \wedge c)$.
- d.) Bitte finden Sie die konjunktive Normalform KNF der Funktion $(a \Leftrightarrow b) \vee c$.

Viel Spass und Erfolg!