Übungsblatt 4

Technische Hochschule Mittelhessen, Fachbereich MNI, Diskrete Mathematik, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

Bitte vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke und geben Sie an, welche Rechenregeln benutzt wurden.

a.) $3 \cdot (2+5) \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 3$

b.) $a \cdot (b+a) + a \cdot (b \cdot c) - ((a \cdot b) \cdot c + 1 \cdot (0 \cdot a))$

c.) $(a+b) \cdot (a+b)$

d.) $2 \cdot (x+1) + 3 \cdot (x-1)$

Aufgabe 2

Bitte berechnen Sie mit $z = 2+3i$ und $w = -1+2i$ die folgenden Ausdrücke in $\mathbb{C}$:

a.) $z \cdot (z-w)$ b.) $\mathrm{Re}(z^* \cdot w)$ c.) $\frac{z}{w^*}$ d.) $\mathrm{Im}(\frac{z^2}{w})$

e.) $w^* \cdot (z-i)$ f.) $|z - w^*|$ g.) $|\frac{1}{w} + \frac{1}{5}|$

Aufgabe 3

Bitte schreiben Sie mit dem Summenzeichen (Ausrechnen nicht erforderlich):

a.) $1+2+3+4+5$ b.) $3+5+7+9+...+21+23$ c.) $1+4+9+16+25+...+400$

d.) $1-4+9-16+25+...-400$ e.) $\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{40}+\frac{1}{50}+....$

f.) $(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{8}) + (\frac{2}{1}+\frac{2}{2}+\frac{2}{3}+...+\frac{2}{8})+....+(\frac{8}{1}+\frac{8}{2}+\frac{8}{3}+...+\frac{8}{8}) + (\frac{9}{1}+\frac{9}{2}+\frac{9}{3}+...+\frac{9}{8})$

Aufgabe 4

Bitte rechnen Sie die folgenden Summen aus:

a.) $\sum_{k=1}^{5} 2^k$ b.) $\sum_{k=1}^{4} 2^{-k}$ (Bem: $2^{-k} = 1/2^k$)

c.) $\sum_{j=1}^{10}(j+1) + \sum_{j=1}^{10}(2j-1)$ d.) $\sum_{i=1}^{5}\sum_{k=0}^{i} 2 \cdot i \cdot k$ e.) $\sum_{i=1}^{n} a_i - \sum_{i=0}^{n-1} a_{i+1}$

Aufgabe 5

Bitte zeigen Sie, dass die Differenz zwischen einer Zahl und ihrer Quersumme stets durch 9 teilbar ist.

Die Zahl $n \in \mathbb{N}$ sei in ihrer Dezimaldarstellung gegeben, $n = \sum_{i=0}^{k} a_i \cdot 10^i$. Die Zahl hat also $k+1$ Dezimalstellen. Die Quersumme $Q(n)$ von n ist dann definiert als $Q(n) = \sum_{i=0}^{k} a_i$. Bitte zeigen Sie, dass $n - Q(n)$ durch 9 teilbar ist.

Hinweis: Prüfen Sie die Aussage zunächst an einigen Zahlen n, die Ihnen gefallen, nach. Dann sehen Sie das Argument für den Beweis :).

Viel Spass und Erfolg!