# Übungsblatt 12

Technische Hochschule Mittelhessen, Mathematik 2 für EI, Prof. Dr. B. Just

## Aufgabe 1

Bitte berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

a.) Laplace-Experiment: Dass eine Person im Dezember Geburtstag hat (alle Monate gleich wahrscheinlich).

b.) Wiederholtes Laplace-Experiment: Dass bei 30 Personen mindestens zwei am gleichen Tag Geburtstag haben (alle 365 Tage gleich wahrscheinlich).

c.) Binomialverteilung: Dass von 6 Würfen mit einem besonderen Würfel genau 3 gerade Ergebnisse haben. Der besondere Würfel hat 7 Seiten, beschriftet mit den Zahlen von 1 bis 7. Alle Zahlen sind gleich wahrscheinlich.

d.) Poissonverteilung: Dass in einer Zeiteinheit 3 oder 4 von 1 Mio Atomkernen zerfallen, wobei die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmtes Atom in der Zeiteinheit zerfällt, 0,001 beträgt.

e.) Normalverteilung: Dass bei einer $N(0,1)$ - verteilten Zufallsgröße das Ergebnis im Intervall $[-2,2]$ oder im Intervall $[2.5,3]$ liegt.

## Aufgabe 2

Bitte berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

a.) Mit einer fairen Münze (Wkeit(Kopf) = Wkeit(Zahl) = 1/2) bei 6 Würfen genau 4 mal Zahl zu erhalten.

b.) Mit einer fairen Münze bei 6 Würfen mindestens 4 mal Zahl zu erhalten.

c.) Mit einer unfairen Münze, die mit Wahrscheinlichkeit 2/3 Zahl wirft, bei 6 Würfen überhaupt nicht Kopf zu erhalten.

d.) Von 6 Menschen, die zusammenkommen, haben keine zwei im selben Monat Geburtstag (alle Monate werden als gleich wahrscheinlich angenommen).

## Aufgabe 3

Eine zerstörungsfreie Prüfung von Bauteilen weist ein intaktes Teil mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,9 als intakt aus, ein defektes Teil mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2 als intakt. Ansonsten weist der Test das Teil als defekt aus. In einer Gesamtheit von 1000 Bauteilen befinden sich 150 tatsächlich defekte Teile. Bitte berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ...

- a.) ... ein zufällig gezogenes Teil intakt ist und als intakt ausgewiesen wird.
- b.) ... ein zufällig gezogenes Teil defekt ist und als intakt ausgewiesen wird.
- c.) ... ein zufällig gezogenes Teil als intakt ausgewiesen wird.
- d.) ... ein als intakt ausgewiesenes Teil tatsächlich intakt ist.

**... auf der Rückseite geht es weiter ....**

## Aufgabe 4

Diese Aufgabe benötigt , der die Normalverteilung berechnen kann, oder eine Tabelle der Normalverteilung (und das Wissen, wie sie bedient wird ;) ).

a.) Eine reelle Zufallsgröße ist normalverteilt mit Erwartungswert 4 und Standardabweichung 2. Bitte berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis im Intervall $[1,\ 7]$.

b.) Eine reelle Zufallsgröße ist normalverteilt mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung 2. Bitte berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis außerhalb des Intervalls $[-3,\ 3]$.

c.) Eine reelle Zufallsgröße ist normalverteilt mit Erwartungswert 10 und Standardabweichung 4. Bitte berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis außerhalb des Intervalls $[4,\ 16]$.

d.) Eine reelle Zufallsgröße ist normalverteilt mit Erwartungswert 5 und Standardabweichung 5. Bitte berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis größer als 10.

## Aufgabe 5

a.) Ein fairer Würfel mit den Zahlen von 1-6 wird einmal geworfen. Was ist
p(durch 3 teilbar | $\geq 4$) und p($\geq 4$ | durch 3 teilbar)?

b.) Der ganz besondere Würfel mit 7 Seiten und den gleichwahrscheinlichen Zahlen von 1 bis 7 wird geworfen - zugleich DER Merker für die Eigenschaften bedingter Wahrscheinlichkeiten. Was ist
p(gerade | $\geq 4$) und p($\geq 4$ | gerade)?

c.) $X$ sei eine $N(0,1)-$ verteilte Zufallsgröße.
Was ist p( $X \in [-1,1] | X \in [-2,2]$) und p( $X \in [-2,2] | X \in [-1,1]$)

d.) $X$ sei eine $N(\mu,\sigma)-$ verteilte Zufallsgröße.
Was ist p( $X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma] | X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$)?

e.) Stimmt es, dass p(A|B) = p(B|A), wenn p(A)=p(B)?

## Aufgabe 6

Die 4 Seiten eines Tetraeders sind beschriftet mit den Zahlen 0, 1, 3 und 16. Jetzt wird mit dem Tetraeder gewürfelt, jede Seite sei gleich wahrscheinlich.

a.) Bitte berechnen Sie den Erwartungswert des Ergebnisses.

b.) Bitte berechnen Sie die Varianz und die Standardabweichung des Ergebnisses.

Die reelle Zufallsgröße $X$ habe die Dichtefunktion $f(x)$, die außerhalb des Intervalls $[0,\ \pi]$ Null ist, und innerhalb dieses Intervalls $\sin(x)/2$ ist.

c.) Bitte berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass $X$ im Intervall $[\pi/4,\ 3\pi/4]$ liegt.

d.) Bitte berechnen Sie den Erwartungswert der Verteilung.

e.) Bitte berechnen Sie die Varianz und die Standardabweichung der Verteilung.

**Viel Spass und Erfolg mit dem letzten Mathe-Übungsblatt des Semesters!**