University of Applied Sciences

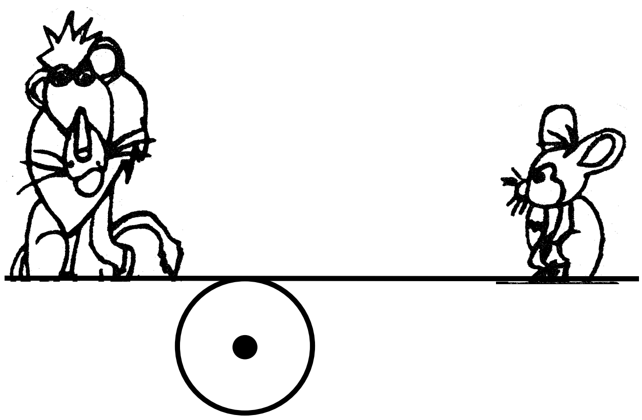
FACHHOCHSCHULE GIESSEN FRIEDBERG

Prof. Dr.-Ing. G.Günther

Baustatik I / II

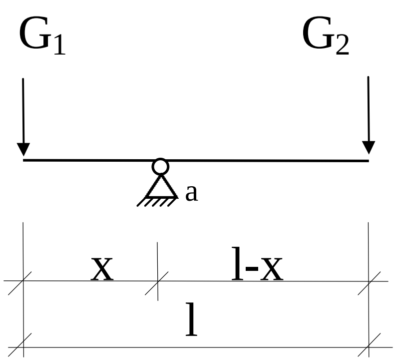
VORLESUNGSUNTERLAGEN

WIPPE



STATIK

System:



Gleichgewicht:

$$\sum M_a = 0$$

$$G_1 \bullet x - G_2 \bullet (l-x) = 0$$

$$x \bullet (G_1 + G_2) - G_2 \bullet l = 0$$

Stand WS 99/00

Inhaltsverzeichnis

Literatur

Autoren	Titel	Verlag
Bochmann, F.	Statik im Bauwesen, Band I: Einfache statischeSysteme	Verlag für Bauwesen, Berlin
Assmann, B.	Technische Mechanik, Band I: Statik	Verlag G. Oldenbourg, München
Krätzig, W.B., Wittek, U.	Tragwerke, Teil 1: Theorie und Berechnungsmethoden statisch bestimmter Stabtragwerke	Springer-Verlag, Berlin,Heidelberg
Mann	Tragwerkslehre in Anschauungsmodellen	B.G. Teubner-Verlag
Mann	Vorlesung über Statik und Festigkeitslehre	B.G. Teubner-Verlag
Wagner/Erlhof	Praktische Baustatik	B.G. Teubner-Verlag
Gross/Hauger/Schnell	Technische Mechanik, Band 1: Statik	Springer-Verlag
Brommundt/Sachs	Technische Mechanik, Eine Einführung	Springer-Verlag
Schneider, K.-J/Schweda E.	Baustatik-Statisch bestimmte Systeme	Werner-Verlag GmbH Düsseldorf
Schneider, K.-J.	Zahlenbeispiele - Statisch bestimmte Systeme	Werner-Verlag GmbH Düsseldorf
• • • •		

1.Einführung

1.1 Statik als Teilgebiet der Physik

Physik : Lehre von Stoffen und Kräften der unbelebten Natur

Mechanik : Lehre von den Kräften und Bewegungen von materiellen Körpern

Teilgebiet der Mechanik: Aero- und Gasdynamik, Fluidmechanik, Mechanik fester Körper

Teilgebiete der Mechanik fester Körper: Kinematik, Dynamik, Statik

Arbeitsgebiet der Statik: Ermittlung des *Kräfte- und Verformungszustandes* ruhender, d.h. im *Gleichgewicht* befindlicher Körper

Aufgaben der Statik:

- Festlegung des baustatischen *Modells* sowie *idealisierter Lastgrößen*
- Bestimmung der Lagerreaktionen und der *Schnittgrößen* als innere Kraftwirkungen
- Berechnung der *Verformungen*

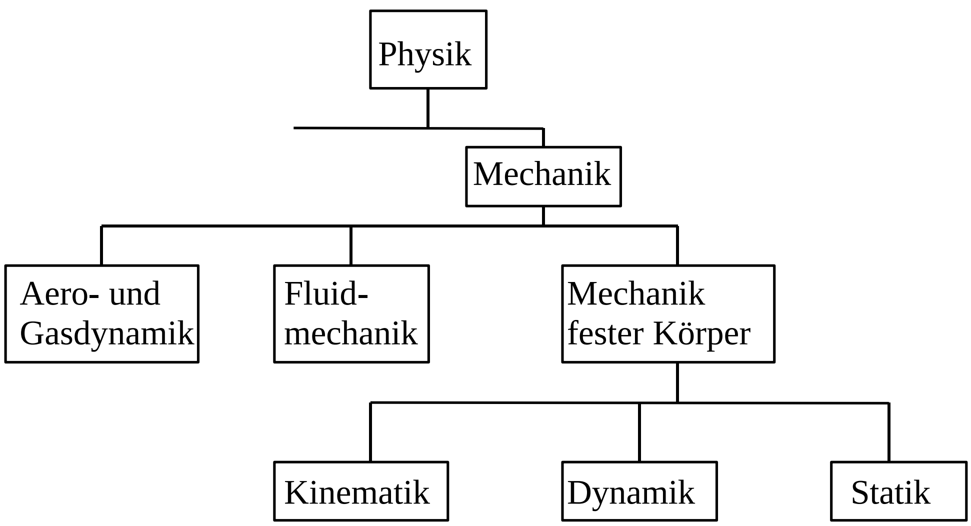
Abgrenzung Statik - Dynamik:

Statik
- Lasteintragung erfolgt über einen längeren Zeitraum
- äußere und innere Kräfte sind stets im Gleichgewicht

Dynamik
- Lasteintragung erfolgt in einem relativ kurzen Zeitraum
- zwischen äußeren und inneren Kräften herrscht zunächst kein Gleichgewicht, die Folge sind Schwingungen

Statik als Hilfsmittel

zur hinreichend sicheren und wirtschaftlichen Dimensionierung von Ingenieurkonstruktionen



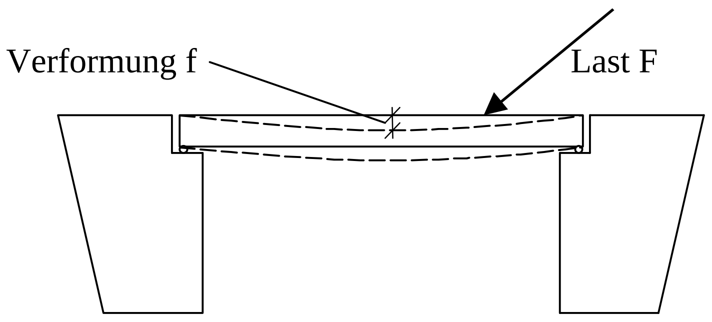
1.2 Modellbildung, Lagerreaktionen, Schnittgrößen und Verformungen

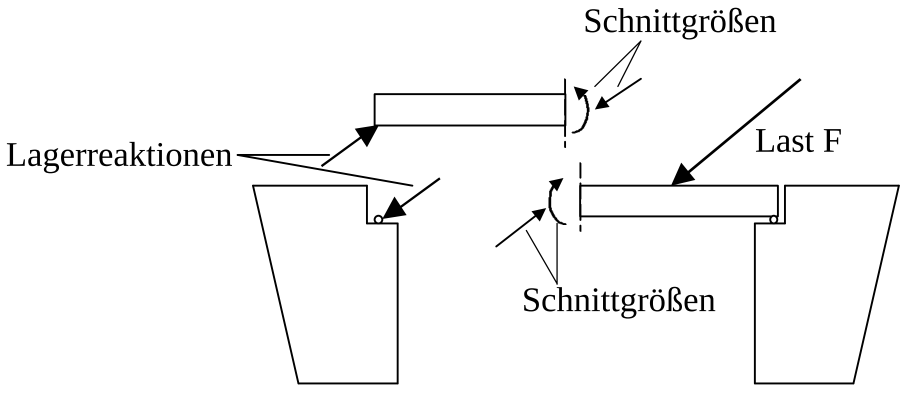
Modellbildung: Reduzierung eines Ereignisses auf seine wesentlichen Eigenschaften

geometrische Idealisierungen: unwesentlich erscheinende Dimensionen werden eliminiert, aus dreidimensionalen Tragelementen werden:

- zweidimensionale Tragelemente/Flächentragwerke (Platten, Scheiben, Schalen)
- eindimensionale Tragelemente/Linienträger (Balken, Fachwerkstäbe, Bögen, Seile)

Schnittprinzip: Trennt man aus einem im Gleichgewicht befindlichen Tragwerk Teile durch *fiktive Schnitte* heraus, so verbleibt jedes herausgetrennte Teil im Gleichgewicht. Zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichtes wird in den Schnittflächen ein *fiktives Kraftsystem (Schnittgrößen)* eingeführt.



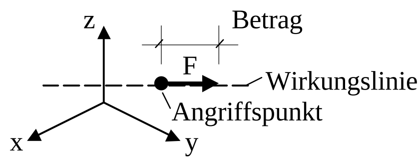


2. Gleichgewichtszustände in der Statik

2.1 Newtonsche Gesetze / Axiome

Trägheitsaxiom: Jeder Körper beharrt im Zustand der Ruhe (Gleichgewichtszustand) oder der gleichförmigen Bewegung, solange er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustandes gezwungen wird
(1. Newtonsches Gesetz).

Beschreibung einer Kraft durch: Betrag, Angriffspunkt und Wirkungsrichtung



Äquivalenzaxiom: Kräfte dürfen in Richtung ihrer Wirkungslinie verschoben werden.
(Zwei Kräfte gleichen Betrages, gleicher Richtung und gleicher Wirkungslinie, mit unterschiedlichem Lastangriffspunkt üben auf einen starren Körper die gleiche Wirkung aus).

Reaktionsaxiom: Wird von einem Körper eine Kraft auf einen anderen Körper ausgeübt, so gilt dies auch umgekehrt
(3. Newtonsches Gesetz).
Kurzform: actio est reactio

Parallelogrammaxiom: Die Wirkung zweier Kräfte mit gleichem Angriffspunkt ist ihrer vektoriellen Summe äquivalent.

<u>Grundgesetz der Mechanik:</u> resultierende Kraft = Masse • Beschleunigung
(2. Newtonsches Gesetz)

$$\boxed{\mathbf{F = m \bullet a}}$$

<u>1 Newton</u> [N]: ist diejenige Kraft, die einem Körper mit der Masse 1kg die Beschleunigung 1m/sec² erteilt.

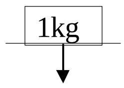
[N = kg•m/sec²]

<u>Gewichtskraft:</u> G = m•g = 1kg•9,81m/sec² = 9,81N ≈ 10N

<u>Fallbeschleunigung:</u> jeder Körper wird infolge der Erdanziehung gleichmäßig mit g≈9,81m/sec² beschleunigt.

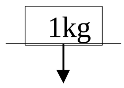
<u>Vergleich:</u>

Erde:



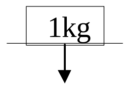
G= 9,81N

Sonne:



G=274,59N

Mond:



G=1,57N

Während die Masse überall auf der Erde und auf anderen Planeten gleich ist, ändert sich die Gewichtskraft infolge der unterschiedlichen Fallbeschleunigungen.

2.2 Moment und Kräftepaare

Moment einer Kraft: Das statische Moment einer Kraft F ist auf eine zu dieser Kraft bezogenen senkrechten Drehachse gleich dem Betrag der Kraft, multipliziert mit dem Achsabstand a.

$$\boxed{M = F \bullet a}$$

Parallelverschiebung einer Kraft: Wird einer Kraft F um die Strecke a parallel verschoben, muß zur Herstellung der ursprünglichen Wirkung im neuen Angriffspunkt ein Moment der Größe $M=F\bullet a$ hinzugefügt werden.

Verschiebung/Verdrehung: Die Ursache einer Verschiebung ist eine Kraft. Die Ursache einer Verdrehung ist ein Kräftepaar, das aus zwei gleich großen entgegengesetzt gerichteten Kräften besteht, deren Wirkungslinien parallel verlaufen.

Momentensatz: Die resultierende Kraft, auf einen beliebigen Punkt bezogen, erzeugt das gleiche Moment wie die Einzelkräfte zusammen.

2.3 Kraftsysteme

Zentrales Kräftesystem: Es ist ein gemeinsamer Angriffspunkt der Einzelkräfte vorhanden und kann schrittweise zu einer resultierenden Kraft zusammengefasst werden (Parallelogrammaxiom).
Gleichgewicht ist vorhanden, wenn zu F_R eine Kraft gleicher Größe und Wirkungslinie, jedoch mit umgekehrter Wirkungsrichtung $-F_R$ vorhanden ist. (Trägheitsaxiom)

Allgemeines Kräftesystem: Die Wirkungslinien der Einzelkräfte schneiden sich nicht in einem Punkt.
Verschiebt man sämtliche Kräfte in einen willkürlichen Punkt, so ergeben sich zwei Kraftgrößensysteme: ein zentrales Kräftesystem und ein System statischer Momente, das durch die Parallelverschiebung der Kräfte entstanden ist.

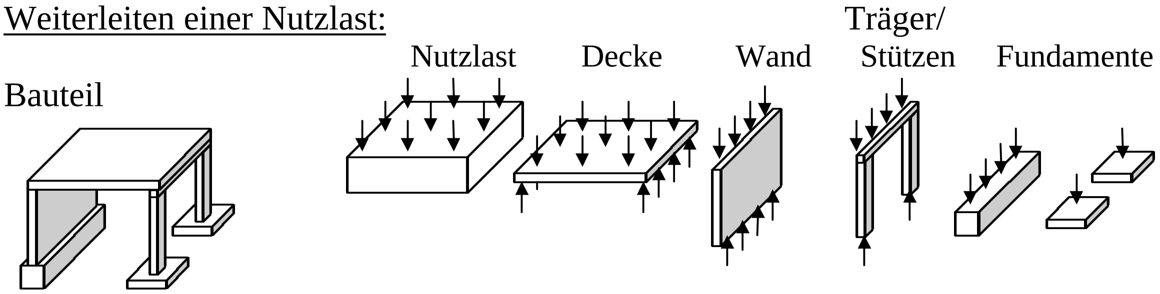
2.4 Äußere und innere Kraftgrößen

Formen der Kräfte:
- Volumenkraft [KN/m³]
- Flächenkraft [KN/m²]
- Linienkraft [KN/m]
- Punktkraft [KN]

häufig vorkommende äußere Kräfte
- ständige Lasten
- Verkehrslast

innere Kräfte der Bauteile: Durch die Wirkung der äußeren Kräfte entstehen im Inneren des Tragwerkes Kräfte, die als Schnittgrößen berechnet werden. (vergl. Kap. 1.2 und Kap. 5.5)

Weiterleiten einer Nutzlast:



Die Lasten für Bauten sind in Vorschriften festgelegt:

- *Eigenlasten von Baustoffen und Bauteilen:*

Glas	γ = 25 KN/m³
Aluminium	γ = 27 KN/m³
Kupfer	γ = 89 KN/m³
Stahl	γ = 78,5 KN/m³
Nadelholz	γ = 4-6 KN/m³
Beton	γ = 24 KN/m³
Stahlbeton	γ = 25 KN/m³
Kalkstein	γ = 26 KN/m³

Gipskartonplatten	0,11 KN/m² je cm Dicke
Estriche	0,2 - 0,24 KN/m² je cm Dicke
Bodenfliesen	0,22 KN/m²
Teppichböden	0,03 KN/m²
Fertigparkett	0,06 KN/m²
Schaumglas	0,01 KN/m² je cm Dicke
Bitumendachpappen	0,03 KN/m² je Lage
Biberschwanzziegel	0,60 KN/m²

- *Verkehrslasten:*
    - Dächer waagrecht bis 1:20 geneigt
      bei zeitweiligem Aufenthalt von Personen 2 KN/m²

    - Decken

Wohnräume	1,5 - 2,0 KN/m²
Büroräume	2,0 KN/m²
Garagen+Parkhäuser, Hörsäle	3,5 KN/m²
Geschäfts- und Warenhäuser	5,0 KN/m²
Werkstätten und Fabriken	10 - 30 KN/m²

    - Treppen

Wohngebäude	3,5 KN/m²
öffentliche Gebäude	5,0 KN/m²

- *Windlasten:*
    - Resultierende Windlast

$$W = c_f \bullet q \bullet A$$

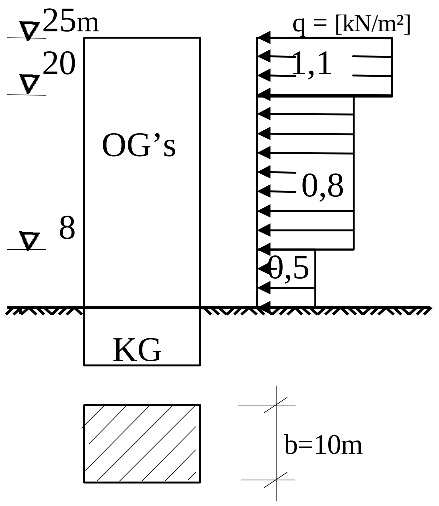
c_f = aerodynamischer Beiwert
A = Bezugsfläche
q = Staudruck

    - Staudruck:

Höhe über Gelände m	0 - 8	>8 - 20	>20 - 100	>100
q [KN/m²]	0,5	0,8	1,1	1,3

    - aerodynamischer Beiwert: (von ebenen Flächen begrenzte Baukörper, ab Geländeoberfläche allseitig geschlossen)

Höhe/Breite $\leq 5 \Rightarrow c_{fx} = 1{,}3$
Höhe/Länge $\leq 5 \Rightarrow c_{fy} = 1{,}3$



$$c_f \bullet q \bullet \overbrace{b \bullet h}^{A}$$

←	1,3 • 1,1 • 10 • (25-20)	=	71,50 kN
←	1,3 • 0,8 • 10 • (20-8)	=	124,80 kN
←	1,3 • 0,5 • 10 • 8	=	52,00 kN

- *Schneelasten:*

  Die Schneelast je m² Grundrissprojektion der Dachfläche beträgt:

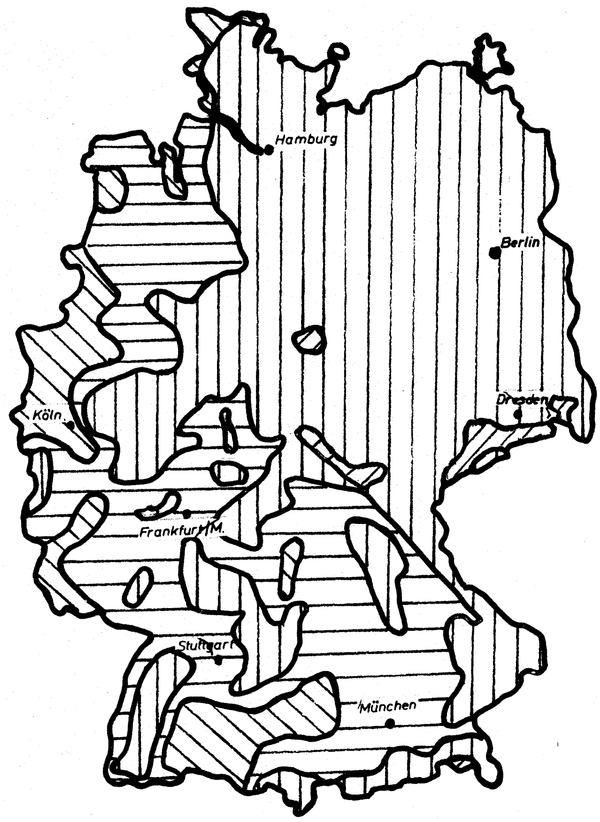
$$\bar{s} = k_s \bullet s_0$$

s_0 = Regelschneelast

$k_s = 1-(\alpha-30°)/40°$

Regelschneelast s_0 in KN/m²

Geländehöhe des Bauwerk-standortes über NN in m	Schneelastzone (siehe Karte)			
	I	II	III	IV
≤ 200	0,75	0,75	0,75	1,00
300	0,75	0,75	0,75	1,15
400	0,75	0,75	1,00	1,55
500	0,75	0,90	1,25	2,10
600	0,85	1,15	1,60	2,60
700	1,05	1,50	2,00	3,25
800	1,25	1,85	2,55	3,90
900		2,30	3,10	4,65
1000			3,80	5,50
Bei Geländehöhen über 1000 m ist s_0 für den Einzelfall durch die zuständige Baubehörde im Einvernehmen mit dem Zentralamt des Deutschen Wetterdienstes in Offenbach festzulegen.				



Karte der Schneelastzonen

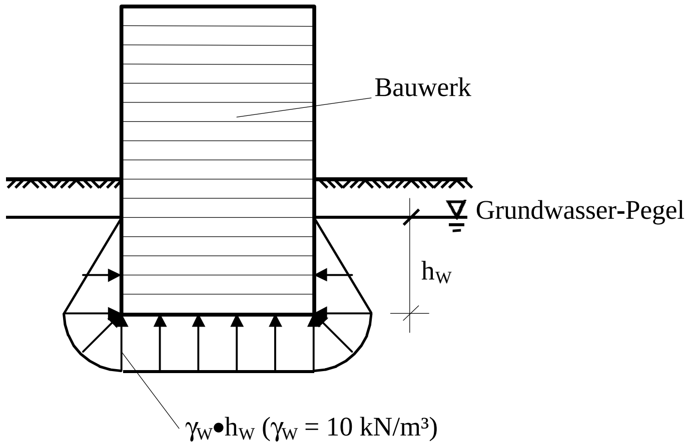
Schneelastzone I

Schneelastzone II

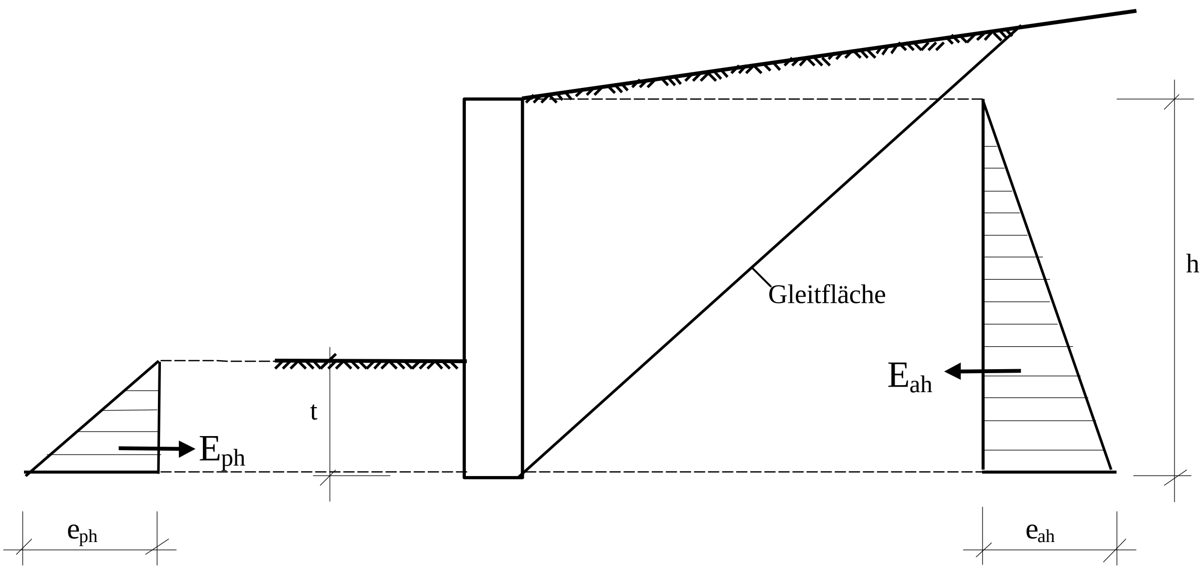
Schneelastzone III

Schneelastzone IV

- *Wasserdruck*



- *Erddruck*



$e_{ph} = \gamma \bullet t \bullet k_{ph}$

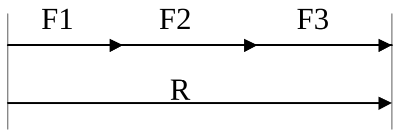
$e_{ah} = \gamma \bullet h \bullet k_{ah}$

3. Zusammensetzung, Zerlegung und Gleichgewicht von Kräften

3.1 Zentrales Kräftesystem (ebene Kräfteanordnung)

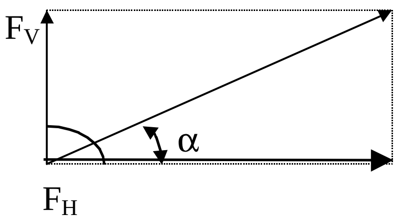
3.1.1 Kräfte mit gleicher Wirkungslinie

Die resultierende Kraft wird mit $\boxed{R = F_1 + F_2 + ... F_n = \sum F_i}$ berechnet.



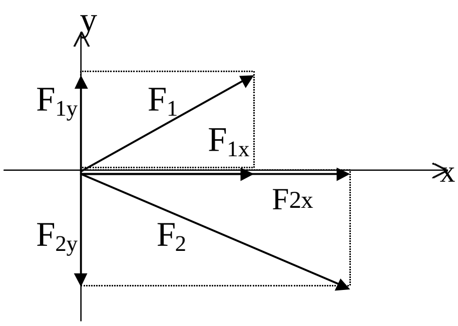
3.1.2 Zwei rechtwinklig zueinander stehende Kräfte

Die analytische Zusammensetzung bzw. Zerlegung erfolgt mit:

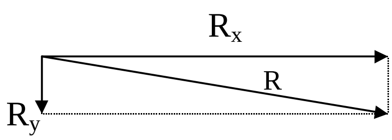


$$\boxed{\begin{array}{l} R = \sqrt{(F_V^2 + F_H^2)} \\ \sin\alpha = F_V/R;\ \cos\alpha = F_H/R\ ;\ \tan\alpha = F_V/F_H \end{array}}$$

3.1.3 Zwei Kräfte mit beliebigen Richtungen



Die Kräfte F_1 und F_2 werden zur Zusammensetzung durch die Komponenten F_{ix} und F_{iy} ersetzt. Entsprechend Kap. 3.1.1 werden danach die Teilresultierenden R_x und R_y berechnet.

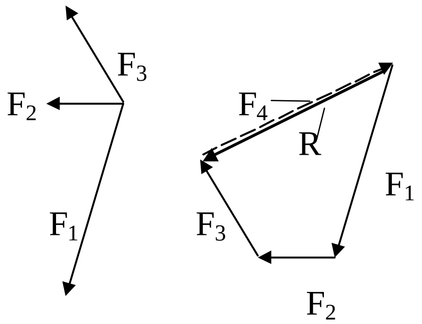


Die Resultierende R wird entsprechend Kap. 3.1.2 berechnet.(alternativ Anwendung des Cosinussatzes)

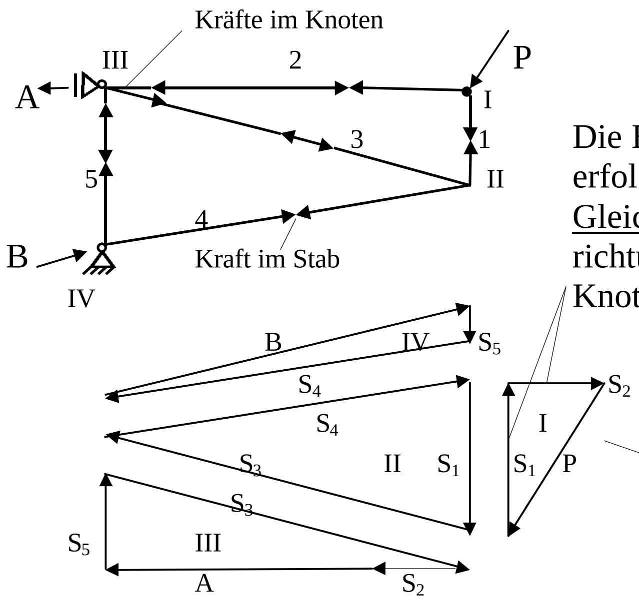
Unter Verwendung des Sinussatzes ($a/\sin\alpha = b/\sin\beta = c/\sin\gamma$) kann eine Kraft in zwei beliebige Richtungen zerlegt werden.

3.1.4 Beliebige Anzahl von Kräften

Die Zerlegung einer Kraft in mehr als zwei ‘Teilkräfte’ ergibt keine eindeutige Lösung im ebenen zentralen Kräftesystem.
Die analytische Zusammensetzung von beliebig vielen Kräften mit beliebigen Richtungen erfolgt entsprechend Kap. 3.1.3.



Eine zu R entgegengerichtete, gleich große und auf derselben Wirkungslinie liegende Kraft F_4 erzeugt Gleichgewicht.

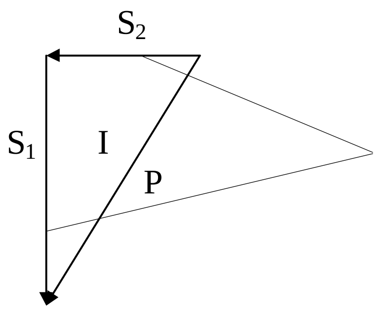


Die Berechnung von statischen Systemen erfolgt, indem für jeden Knoten Gleichgewicht erzeugt wird. Die Pfeilrichtung gibt an, wie die Kräfte auf den Knoten wirken

Gleichgewichtszustand im Knoten I

Zug (zeigt vom Knoten weg)
Druck (zeigt auf den Knoten)

P = Resultierende von S_1 und S_2



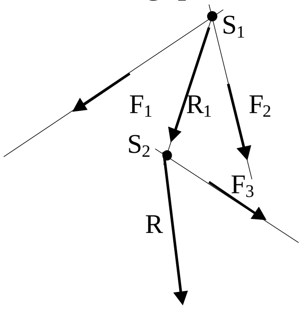
Die Pfeilrichtung zeigt, wie die Stäbe S_1 und S_2 beansprucht werden.

Zug
Druck

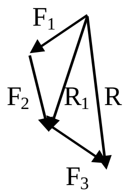
3.2 Allgemeines Kräftesystem (ebene Kräfteanordnung)

3.2.1 Reduktion mit Teilresultierenden

Lageplan:



Kräfteplan:



Die Kräfte schneiden sich (im Lageplan) nicht in einem Punkt und werden schrittweise zu Teilresultierenden zusammengesetzt. Hierzu werden die Kräfte bzw. Resultierenden jeweils in den Schnittpunkt ihrer Wirkungslinie verschoben.

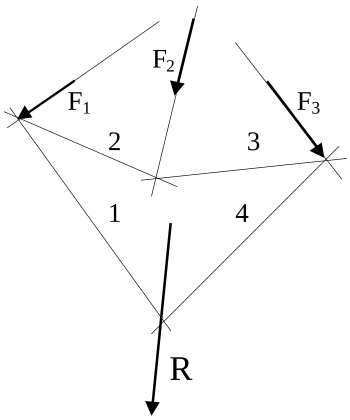
$\Downarrow$

Größe, Richtung und Lage der Resultierenden.

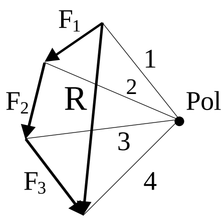
gegeben sind F_1 ,F_2 und F_3
aus F_1 und F_2 ergibt sich R_1
aus R_1 und F_3 ergibt sich R

3.2.2 Reduktion mit Seileck

Lageplan:



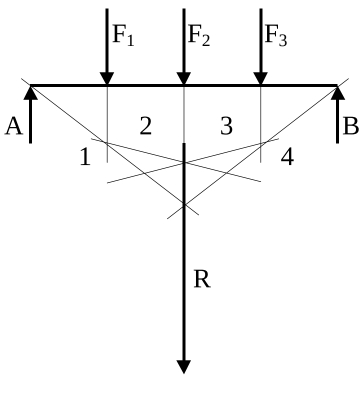
Kräfteplan:



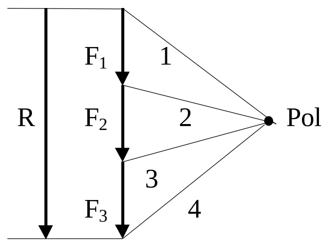
Zur Ermittlung von Lage, Größe und Richtung der Resultierenden wird ein Pol gewählt, von dem die Strahlen 1 ÷ 4 zu den Eckpunkten des Kraftteckes gelegt und in den Lageplan übertragen werden.

Zusammensetzen parallel gerichteter Kräfte:

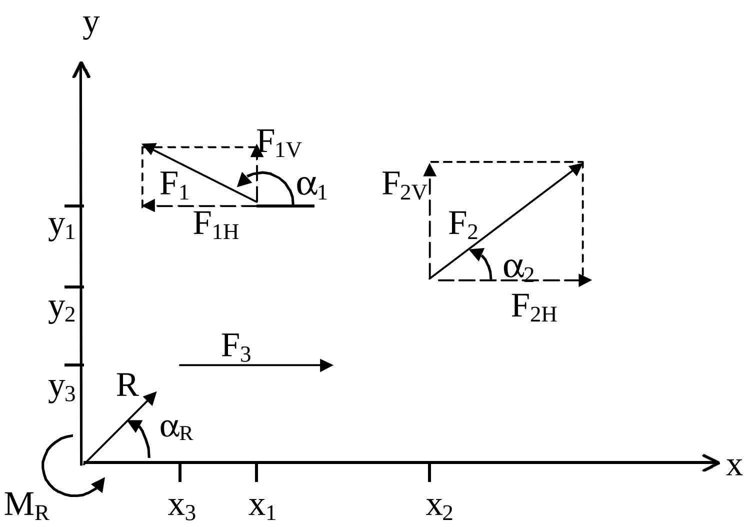
Lageplan:



Kräfteplan:



3.2.3 Analytische Reduktion



Bei der Zusammensetzung beliebig vieler Kräfte in einer Ebene wird folgender Weg beschritten:

1.) Die Kräfte F werden in die H- und V- Anteile zerlegt.

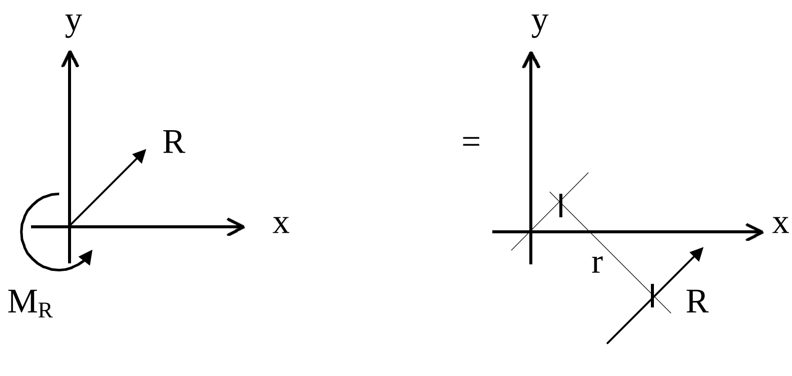
2.) Berechnung der resultierenden Kraft R und des Winkels α_R,

$$R_V = \sum F_{iV} \; ; R_H = \sum F_{iH} \rightarrow R = \sqrt{(R_H^2+R_V^2)} \; ; \tan \alpha_R = R_V/R_H$$

sowie des Momentes M_R aus der Parallelverschiebung der Kraftkomponenten in den Koordinaten-Ursprung [vergl. Kap.2.2].

$$M_R = \sum(F_{iH} \bullet y_i + F_{iV} \bullet x_i)$$

3.) Ersetzen von M_R und R durch R mit dem Abstand r.



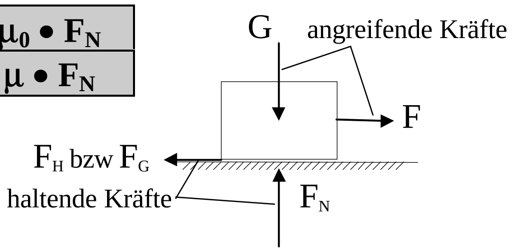
$r = M_R/R$, da $M = F \bullet a$

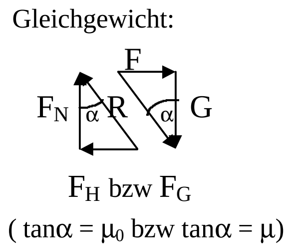
4. Reibung / Schiefe Ebene

4.1 Haft- und Gleitreibung

Will man einen auf einer bestimmten Fläche stehenden Körper verschieben, so spürt man einen Widerstand. Diese bewegungshemmende Kraft nennt man Reibkraft. Solange sich die Berührungsflächen nicht gegeneinander bewegen, spricht man von der **Ruhe- oder Haftreibung.** Im Falle der Bewegung spricht man von der **Gleitreibung.**

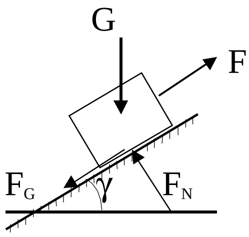
Haftreibung:	$\mathbf{F_H = \mu_0 \bullet F_N}$
Gleitreibung:	$\mathbf{F_G = \mu \bullet F_N}$





4.2 Schiefe Ebene

Um einen Körper auf einer schiefen Ebene nach oben zu bewegen, muss eine Kraft von:



$F = G \bullet (\sin\gamma + \mu \bullet \cos\gamma)$ aufgebracht werden.

Um einen Körper auf einer schiefen Ebene gerade am Abgleiten zu hindern, muss eine Kraft von:

$F = G \bullet (\sin\gamma - \mu_0 \bullet \cos\gamma)$ aufgebracht werden.

Haft- und Gleitreibzahlen:

	μ_0		μ	
	trocken	gefettet	trocken	gefettet
Stahl auf Stahl	0,15	0,1	0,15	0,01
Holz auf Holz	0,5	0,16	0,3	0,08
Bremsbelag auf Stahl			0,5	0,4

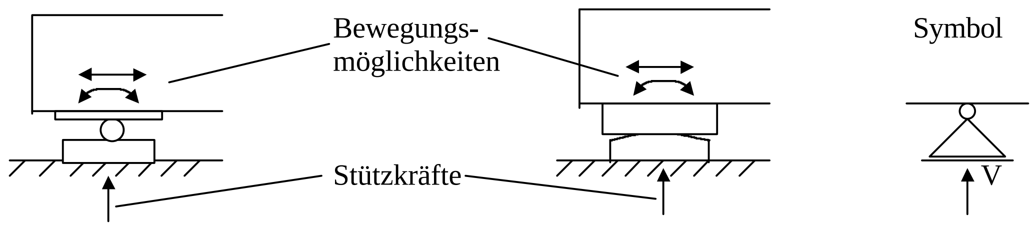
Die Reibung ist unabhängig von: Größe der Gleitfläche und ‘Geschwindigkeit’
Die Reibung ist abhängig von: Anpressdruck, Werkstoff und Oberflächenrauhigkeit

5. Statisch bestimmte Tragwerke

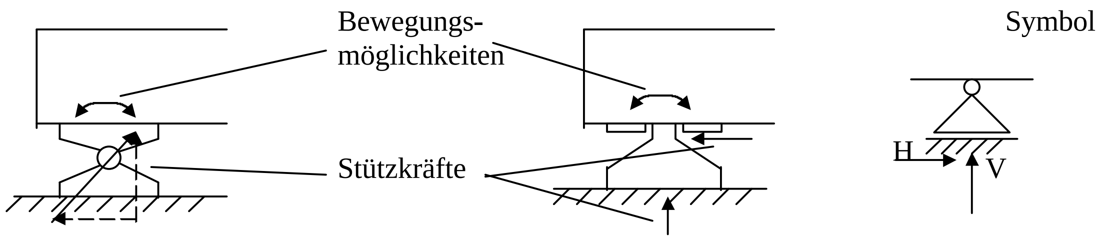
5.1 Auflagerarten

Verschiebungen in zwei Richtungen und Verdrehungen sind die Bewegungsmöglichkeiten eines Tragwerkes in der Ebene. Es sind somit drei Freiheitsgrade vorhanden, die in Abhängigkeit von der Auflagerart als gesperrt oder frei anzusehen sind.
Es werden unterschieden: bewegliche, feste und eingespannte Auflager.

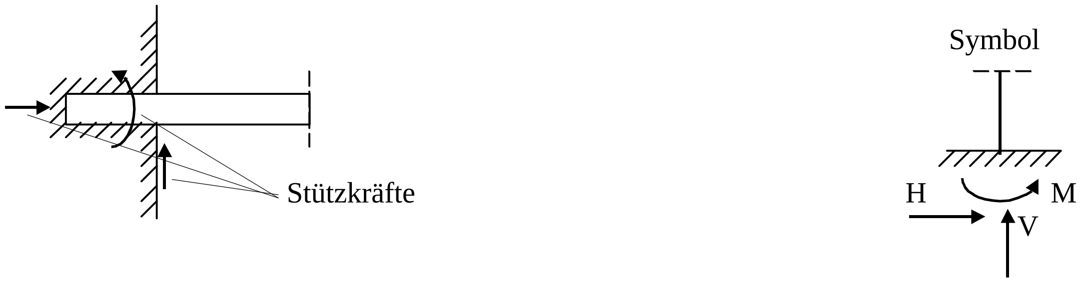
<u>bewegliche Auflager:</u> heben einen Freiheitsgrad auf



<u>feste Auflager:</u> heben zwei Freiheitsgrade auf

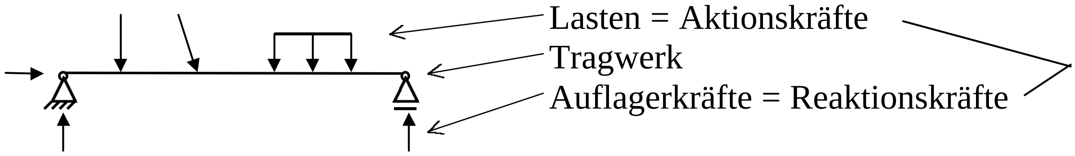


<u>eingespannte Auflager:</u> heben drei Freiheitsgrade auf



5.2 Auflagerkräfte

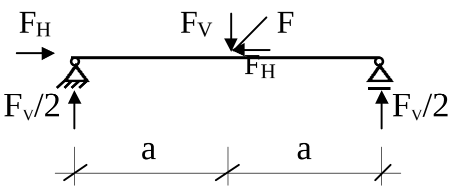
Unter der Einwirkung von Lasten auf ein Tragwerk müssen dessen Auflagerkräfte in Größe und Richtung so sein, dass das Bauteil im Ruhezustand verbleibt. Die Berechnung der Auflagerkräfte ist somit eine Gleichgewichtsaufgabe. Ein Tragwerk in der Ebene verfügt über drei Freiheitsgrade. Zur unverschieblichen Lagerung sind damit drei Anbindungen erforderlich.
Die Lasten eines Tragwerkes sind als Aktionskräfte vorgegeben. Demgegenüber müssen die Auflagerkräfte als Reaktionen berechnet werden. Beide sind äußere Kräfte, die im Gleichgewicht stehen müssen. Zur Ermittlung der Auflagerkräfte dienen die drei Gleichgewichtsbedingungen (siehe Kap.5.3).



5.3 Gleichgewichtsbedingungen

Kräfte können Drehungen und Verschiebungen bewirken. Soll ein Körper in Ruhe bleiben, dürfen alle an ihm wirkenden Kräfte keine Resultierende ergeben. Außerdem dürfen keine Kräftepaare wirken, da diese Verdrehungen bewirken. Somit muß ausgeschlossen werden, dass alle Kräfte für jeden beliebigen Bezugspunkt zusammen kein Moment ergeben.

$$\boxed{\sum H = 0 \;,\; \sum V = 0 \;,\; \sum M = 0}$$



$$\sum H = 0 \quad ; F_H - F_H = 0$$
$$\sum V = 0 \quad ; F_V/2 - F_V + F_V/2 = 0$$
$$\sum M_b = 0 \; ; F_V \bullet a - F_V/2 \bullet 2a = 0$$

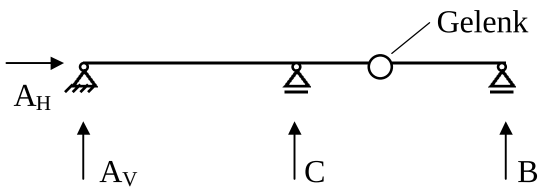
5.4 Statisch bestimmte Systeme / Statisch unbestimmte Systeme

Mit den drei Gleichgewichtsbedingungen lassen sich drei unbekannte Auflagerkräfte bestimmen. Tragwerke, deren Auflagerkräfte unter Verwendung der Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden können, nennt man statisch bestimmt gelagert.

$3s < a + g$	statisch unbestimmte Lagerung
$3s = a + g$	statisch bestimmte Lagerung
$3s > a + g$	unbrauchbares Tragsystem (beweglich)

mit s = Anzahl der verbundenen einteiligen Tragwerke
a = Anzahl der unbekannten Lagerkräfte
g = Anzahl der unbekannten Gelenkkräfte

Bei statisch unbestimmten Systemen beeinflusst das Formänderungsverhalten die Stützkräfte. Eine zusätzliche Anzahl von Gleichungen wird aus den Formänderungsbedingungen gewonnen.
Aus Längenänderungen z.B. infolge von Temperaturschwankungen, aus Auflagerverschiebungen oder aus Auflagerverdrehungen können bei statisch unbestimmten Systemen Beanspruchungen entstehen.



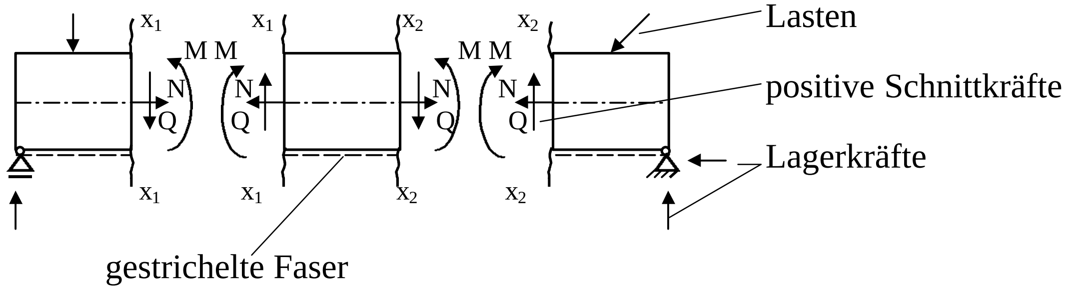
$s = 2$
$a = 4$
$g = 2$ (siehe Kap. 5.10)

$3 \bullet 2 = 4 + 2 \Rightarrow$ statisch bestimmte Lagerung

5.5 Schnittkräfte

Nachdem die äußeren Kräfte (einschließlich Auflagerkräfte) bekannt sind, können unter Verwendung der Gleichgewichtsbedingungen die inneren Kräfte berechnet werden. Zur Ermittlung der inneren Kräfte trennt man den Körper durch einen gedachten Schnitt und bestimmt diejenigen Kräfte, die mit den äußeren Kräften des jeweiligen Teils Gleichgewicht ergeben.

Die drei Schnittkräfte sind: N - Normalkraft (in Richtung der Trägerachse)
Q - Querkraft (senkrecht zur Trägerachse)
M - Biegemoment (bezogen auf den Schwerpunkt des Schnittes)



Vorzeichenregeln:

Normalkraft	=	positiv bei Zugbeanspruchung
	=	negativ bei Druckbeanspruchung
Querkraft	=	positiv, wenn Q den linken Tragwerksteil nach unten und den rechten nach oben verschieben will
Moment	=	positiv, wenn an der Unterseite (gestrichelte Faser) Zugspannungen auftreten

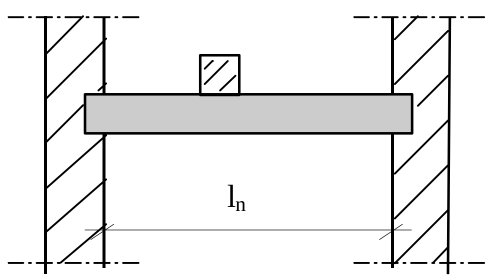
Da sich die Schnittkräfte von Querschnitt zu Querschnitt ändern, wird der Verlauf zeichnerisch dargestellt. Die positiven Normal- und Querkräfte werden entsprechend der Momentenfläche gezeichnet. Die Momentenfläche wird auf der gezogenen Seite aufgetragen.

5.6 Träger auf zwei Stützen

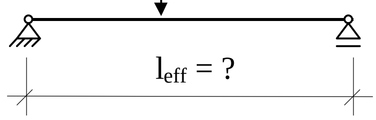
5.6.1 Auflagerausbildung, Auflagertiefe und Stützweite

Im Hochbau wird i.a. kein besonders ausgeprägtes festes bzw. bewegliches Lager ausgebildet. Der Träger wird z.B. nur auf das Mauerwerk aufgelegt. Mindestauflagertiefen und Annahmen des Auflagerpunktes können z.B. DIN 1045 oder EC 2 (Beton-, Stahl- und Spannbeton) entnommen werden.

System:

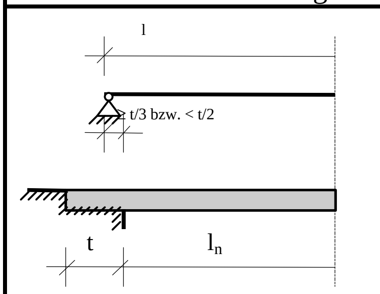
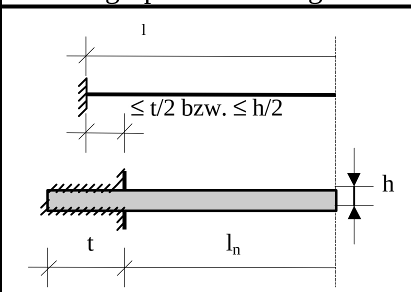
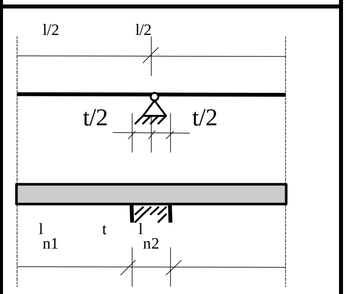


Idealisierung:



$l_{eff} = l_n + \sum$ Auflagerlängen

Annahme des Auflagerpunktes (EC 2)

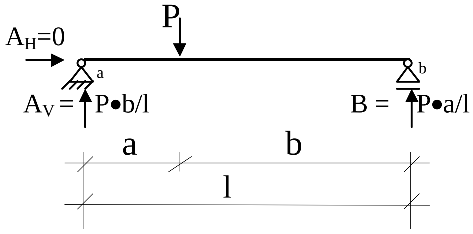
frei drehbares Endauflager	eingespanntes Auflager	durchlaufendes Bauteil
		

Mindestauflagertiefen t in cm (DIN 1045/1988)

Bauteil	Baustoff der Auflagerfläche	t [cm]
Platten	Mauerwerk, Beton B 5 oder B 10	7
	Stahl, Beton B 15 bis B 55	5
	Träger aus Stahl oder Stahlbeton, wenn seitliches Ausweichen konstruktiv verhindert wird und die Stützweite der Platte ≤ 2,5 m beträgt	3
Balken		10
Plattenbalken		10

5.6.2 Träger mit vertikalen Einzellasten

A) *System:*



Auflagerkräfte:

$\curvearrowleft \sum M_a = 0;\ P \bullet a - B \bullet l = 0$

$\Rightarrow B = P \bullet a/l$

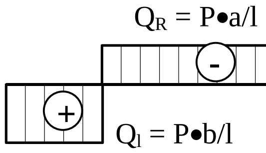
$\uparrow \sum V = 0;\ A_V - P + B = 0$

$A_V = P - B = P - P \bullet a/l = P - P \bullet (l-b)/l$

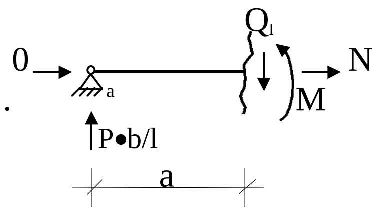
$= P - P + P \bullet b/l = P \bullet b/l$

$\overrightarrow{\sum H} = 0;\ A_H = 0$

Q-Fläche:



Schnittkräfte:

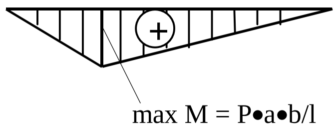


$\downarrow \sum V = 0;\ Q_l - P \bullet b/l = 0 \Rightarrow Q_l = P \bullet b/l$

$\curvearrowright \sum M = 0;\ M - P \bullet b/l \bullet a = 0 \Rightarrow M = P \bullet a \bullet b/l$

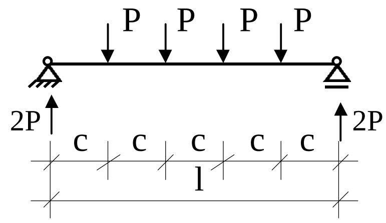
$\overrightarrow{\sum H} = 0;\ N = 0$

M-Fläche:

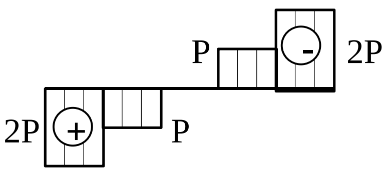


An der Stelle der Einzellast (P) ändert die Querkraft ihr Vorzeichen, und das Biegemoment erreicht einen Extremwert.

B) *System:*

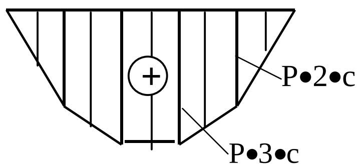


Q-Fläche:



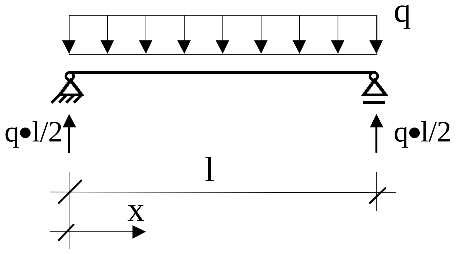
Das Biegemoment ist im mittleren Längenabschnitt konstant, und die Querkraft ist hier Null.

M-Fläche:



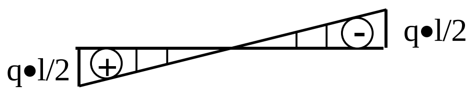
5.6.3 Träger mit Linienlasten

A) *System:*

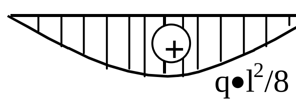


Die Gesamtbelastung q wird zur Ermittlung der Lager- und Schnittkräfte jeweils durch eine resultierende Kraft im Schwerpunkt der Belastung ersetzt.

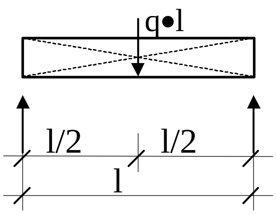
Q-Fläche:



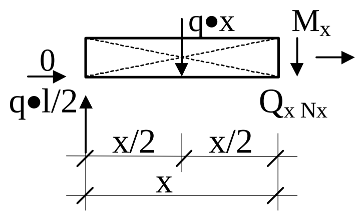
M-Fläche:



Lagerkräfte:

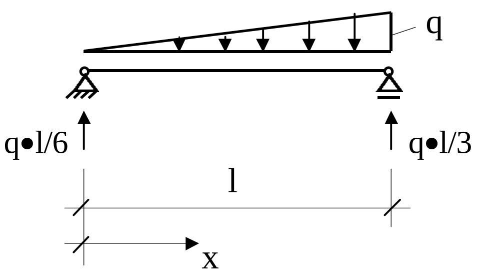


Schnittkräfte:

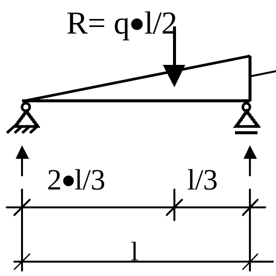


$$\uparrow\sum V = 0 \quad \Rightarrow Q_x = q\bullet l/2 - q\bullet x$$
$$\sum M = 0 \quad \Rightarrow M_x = q\bullet l/2\bullet x - q\bullet x^2/2$$
$$\rightarrow\sum H = 0 \quad \Rightarrow N_x = 0$$

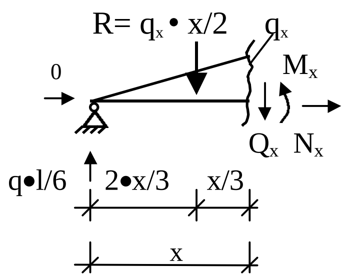
B) *System:*



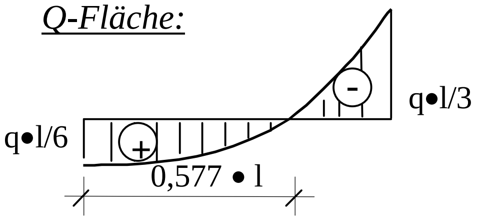
Lagerkräfte:



Schnittkräfte:

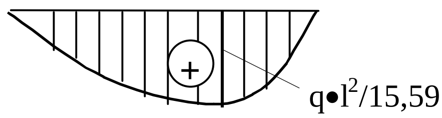


Q-Fläche:



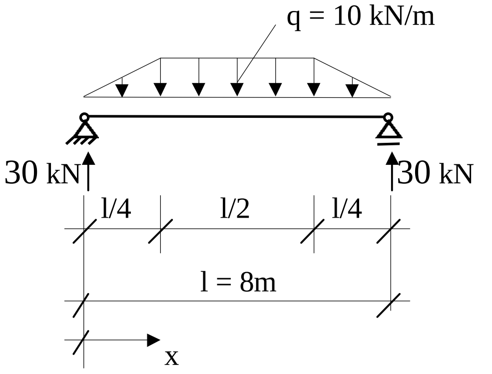
$$Q_x = q\bullet l/6 - q\bullet x^2/(2\bullet l)$$

M-Fläche:

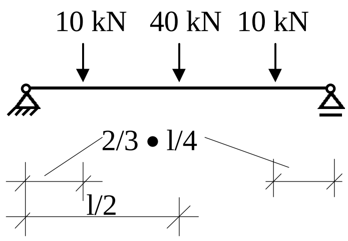


$$M_x = q\bullet l/6\bullet x - q/l\bullet x^3/6$$

C) *System:*

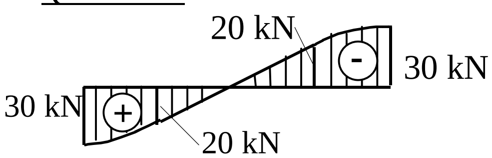


Idealisierung:

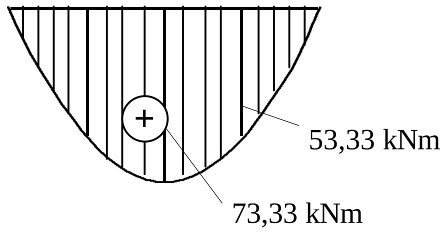


Die Gesamtbelastung wird durch mehrere resultierende Einzellasten in den Schwerpunkten der Belastungsflächen ersetzt.

Q-Fläche:

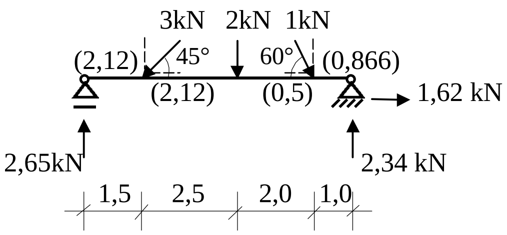


M-Fläche:



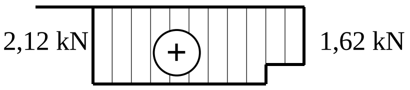
5.6.4 Träger mit beliebig gerichteter Belastung

System:

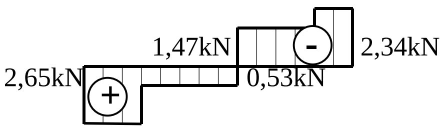


Die schrägen Kräfte werden in horizontale und vertikale Kräfte zerlegt.

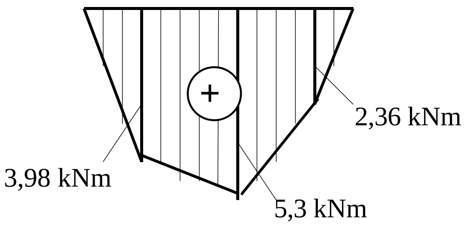
N-Fläche:



Q-Fläche:

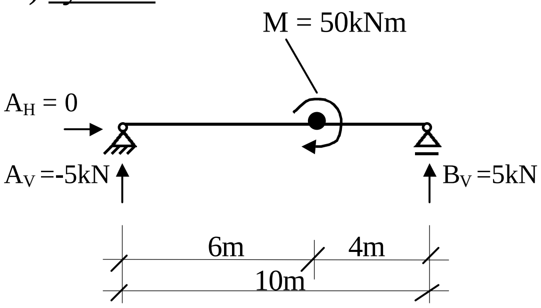


M-Fläche:



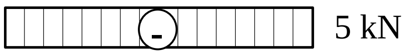
5.6.5 Träger mit einer Belastung durch Drehmomente

A) *System:*

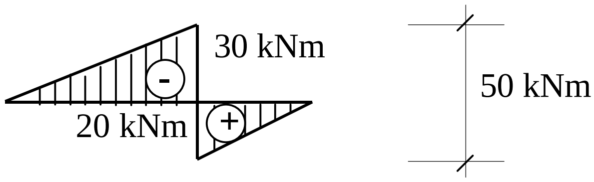


Das 'Auflager'- Kräftepaar wirkt dem Drehmoment entgegen.

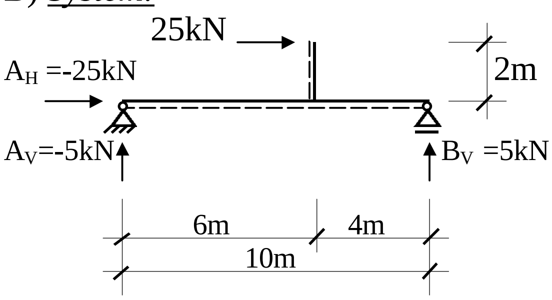
Q-Fläche:



M-Fläche:

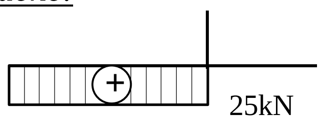


B) *System:*

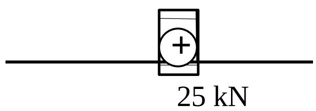


gegenüber System'A' entstehen die folgenden zusätzlichen Schnittkräfte:

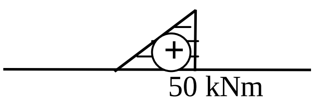
N-Fläche:



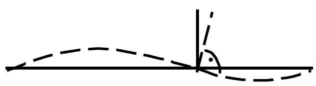
Q-Fläche:



M-Fläche:

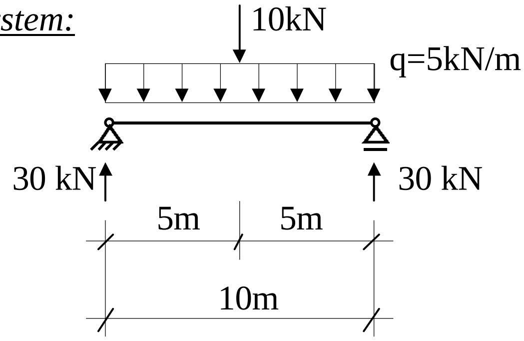


Verformung:

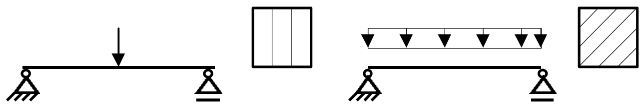


5.6.6 Träger mit beliebiger Lastkombination

System:

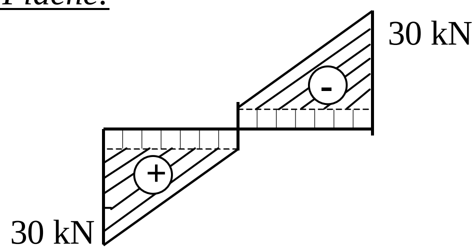


Die Lager- und Schnittkräfte können aus den Einzelsystemen

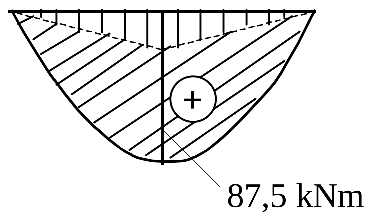


zusammengesetzt werden.

Q-Fläche:

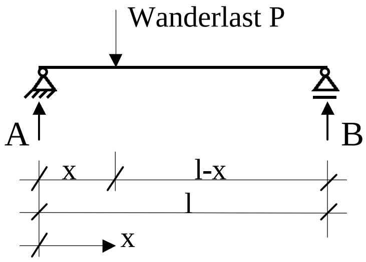


M-Fläche:



5.6.7 Träger mit Wanderlasten

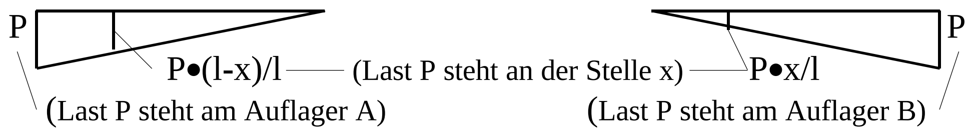
System:



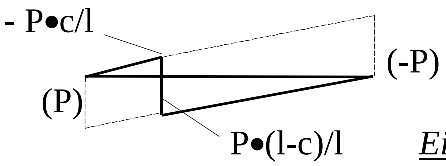
Bei Wanderlasten ist der Lastangriffspunkt zeitlich veränderlich.

Einflusslinie der Auflagerkraft A:

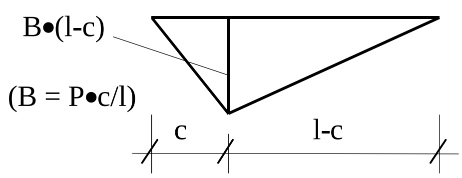
Einflusslinie der Auflagerkraft B:



Einflusslinie der Querkraft für die Stelle x=c:



Einflusslinie des Biegemomentes für die Stelle x=c:



5.7 Differentiale Zusammenhänge zwischen Schnittkräften und Belastung

Belastung, Querkraft und Biegemoment:

$M'(x) = Q(x)$ **$Q'(x) = -q(x)$** **bzw.** **$M''(x) = -q(x)$**	**1. Ableitung der Funktion der Momentenlinien = Funktion der Querkraftlinie** Das max. Biegemoment ist an der Stelle, an der die Querkraft Null ist. (siehe Kap. 5.6.3/Bsp. A) Wechselt die Querkraft ihr Vorzeichen sprunghaft, dann ändert sich auch das Vorzeichen des Neigungswinkels der Momentenlinie. Das Moment hat dort einen Extremwert und die Momentenlinie einen Knickpunkt. (siehe Kap. 5.6.2/Bsp. A)

Biegelinie **w** und Biegemoment:

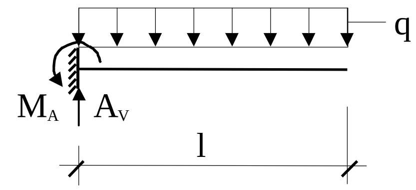
$$w''(x) = -M(x)/(E \bullet I)$$

Zusammenfassung der Beziehungen:

	$w(x)$	Gleichung der Biegelinie
	$w'(x) = \rho(x)$	Gleichung der Tangentenneigung
$E \bullet I$	**$w''(x) = -M(x)$**	Gleichung der Momentenlinie
$E \bullet I$	**$w'''(x) = -Q(x)$**	Gleichung der Querkraftlinie
$E \bullet I$	**$w''''(x) = q(x)$**	Gleichung der Belastungsfunktion

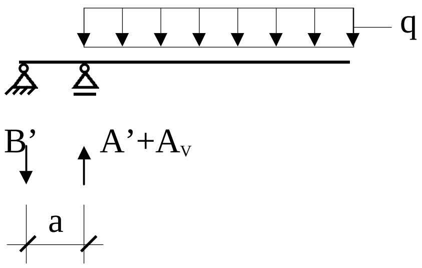
5.8 Einseitg eingespannter Träger

System:



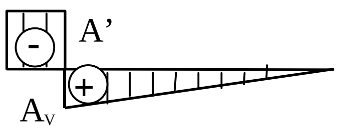
$A_V = q \bullet l$
$M_A = q/2 \bullet l^2$

Aufnahme des Momentes am Auflager:

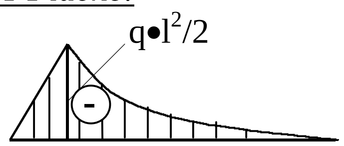


$A' = B' = M_A/a$
Das Kräftepaar (A'; B') wird durch das Moment (M_A) erzeugt.

Q-Fläche:

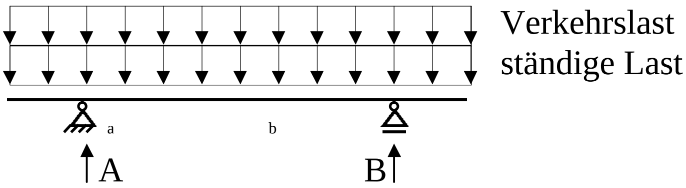


M-Fläche:

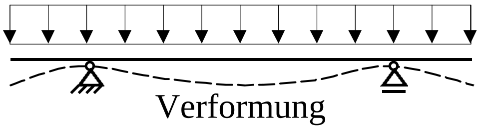


<u>5.9 Träger auf zwei Stützen mit Kragarm</u>

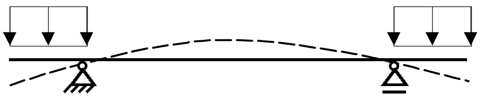
<u>System mit Belastung:</u>

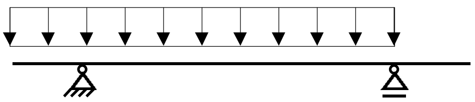


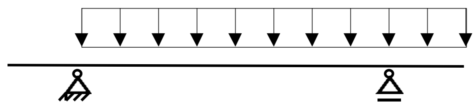
<u>1. ständige Last</u>

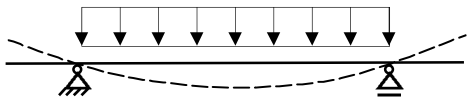


<u>2. Verkehrslast / ungünstigste Laststellungen:</u>

2.1  ⇒ $\underline{\min M_b}$, $\underline{\min M_a}$, $\min M_F$

2.2  ⇒ max A, $\underline{\min M_a}$

2.3  ⇒ max B, $\underline{\min M_b}$

2.4  ⇒ $\max M_F$

2.5  ⇒ min B, $\underline{\min M_a}$

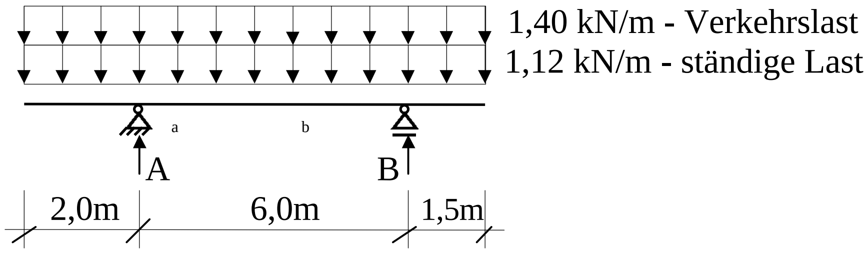
2.6  ⇒ min A, $\underline{\min M_b}$

<u>Berechnungsschritte:</u>

1. Berechnung des Lastfalls -ständige Last-

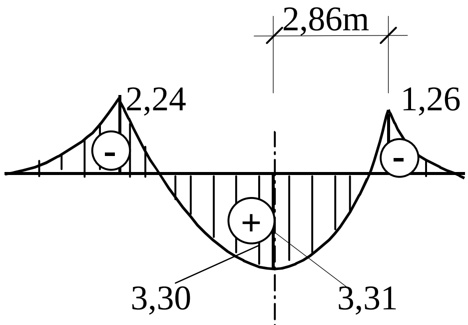
2. Berechnung der Lastfälle -Verkehrslast-
   und Addition mit dem Lastfall -ständige Last- ergibt die ungünstigsten Auflager- bzw. Schnittkräfte.

System:

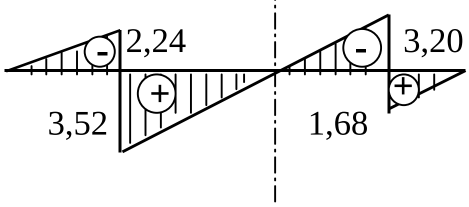


1. Berechnung des Lastfalls -ständige Last-

M-Fläche:

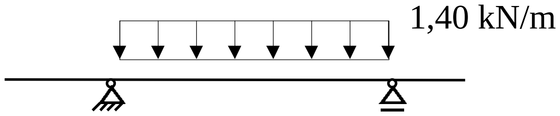


Q-Fläche:

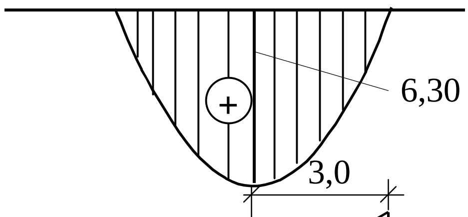


Querkraft wechselt dreimal dasVorzeichen.
⇒ drei Momenten-Extremwerte

2. Berechnung des Lastfalls -Verkehrslast im Feld-

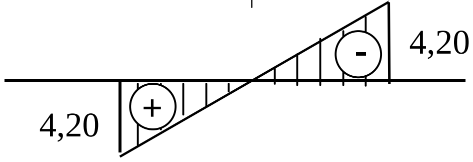


M-Fläche:



⇒ max M_F ~ 3,3 + 6,3 = <u>9,6 kNm</u>

Q-Fläche:



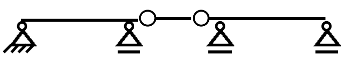
5.10 Gelenkträger

Ein Gelenk überträgt Normal- und Querkräfte, aber keine Biegemomente.
⇒ zusätzliche Bedingung

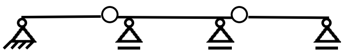
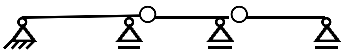
$$\boxed{M_G = 0}$$

Ein Durchlaufträger mit einem festem Auflager und mindestens einem beweglichen Auflager ist *statisch bestimmt*, wenn bei **n** Stützen **n-2** Gelenke vorhanden sind.

Gelenkanordnung:

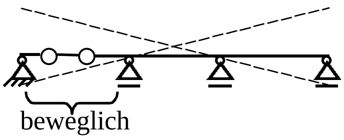
1. 

Innenfeld ⇒ höchstens 2 Gelenke und Nachbarfelder keine Gelenke

2. 
3. 

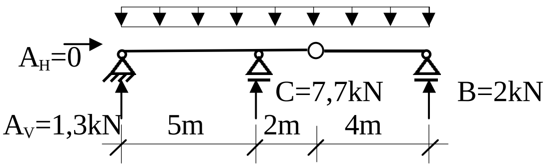
Endfeld ⇒ höchstens 1 Gelenk

Das 1. System ist gegenüber dem 3. System zu bevorzugen, da der Ausfall eines Trägers nicht den Ausfall aller folgenden Träger bewirkt.

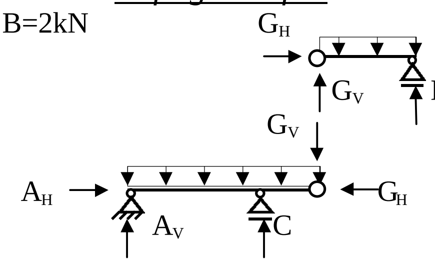
4. 

unbrauchbares System

System:



Auflagerkräfte:

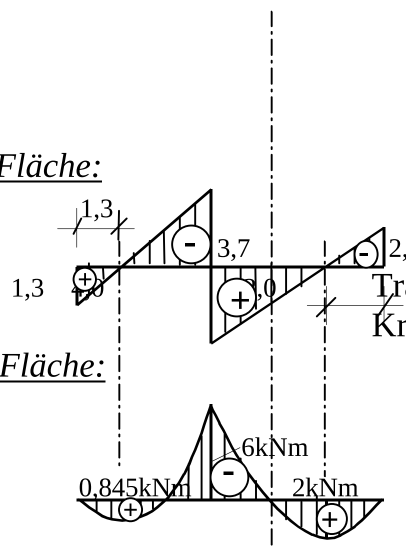


$G_H = 0$
$G_V = B = 2$kN

G_V=Stützkraft für rechten Trägerteil
G_V=Belastung für linken Trägerteil

Q-Fläche:

M-Fläche:



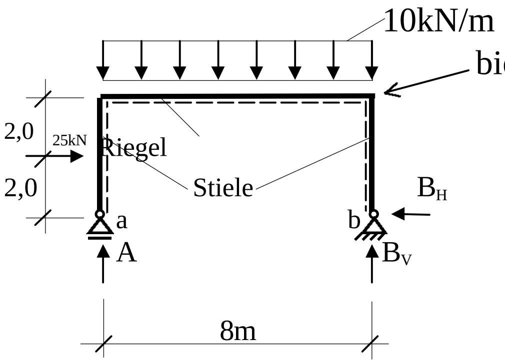
Zur Berechnung der Normal- und Querkräfte werden links beginnend für den ganzen Träger die horizontalen bzw. vertikalen Kräfte unter Beachtung der Vorzeichen addiert. Die Momente werden am einfachsten berechnet, indem man die einzelnen Trägerteile mit den Gelenkkräften (als äußere Belastung) betrachtet.

5.11 statisch bestimmte Rahmen

5.11.1 Einteilige Rahmen

rechtwinkliger Rahmen

System:



biegesteife Verbindung ⇒ Übertragung von:
Querkräften,
Normalkräften und
Biegemomente

Auflagerkräfte:

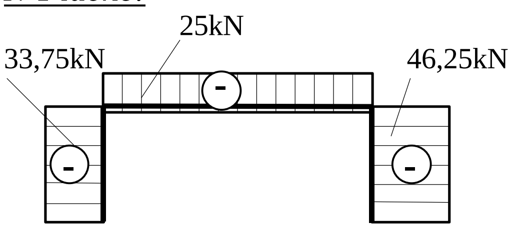
$\overleftarrow{\Sigma H} = 0 \rightarrow B_H = 25kN$

$\circlearrowleft \Sigma M_a = 0 \rightarrow B_V = 46{,}25kN$

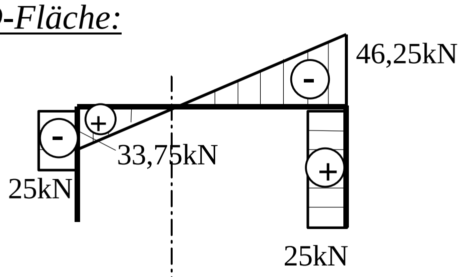
$\uparrow \Sigma V = 0 \rightarrow A = 33{,}75kN$

Schnittkräfte:
Die Berechnung erfolgt analog den bisherigen Systemen.

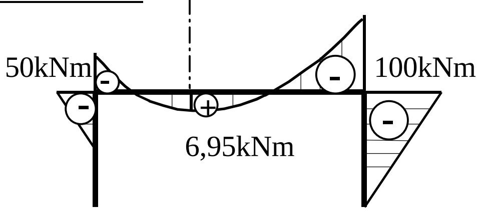
N-Fläche:



Q-Fläche:



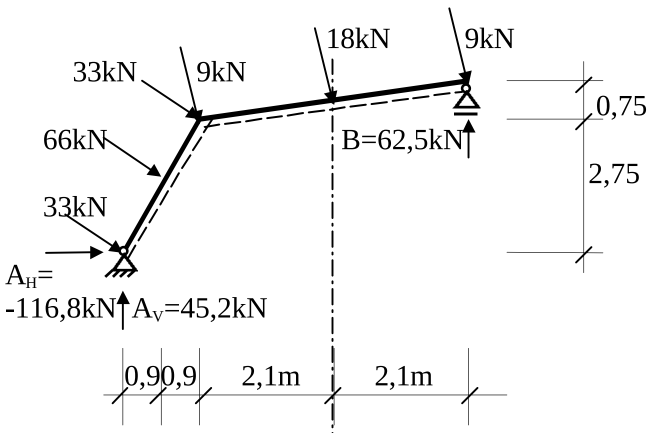
M-Fläche:



Das Biegemoment ist positiv, wenn an der Innenseite (gestrichelte Faser) Zugspannungen entstehen. Die Momentenfläche wird an der gezogenen Seite gezeichnet.

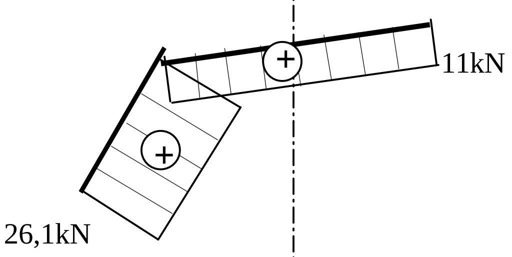
schiefwinkliger Rahmen

System:

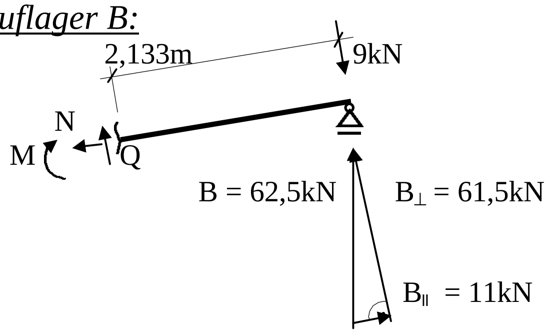


Zur Berechnung der Schnittkräfte werden die Kräfte in Teilkräfte parallel und senkrecht zur Stabachse zerlegt.

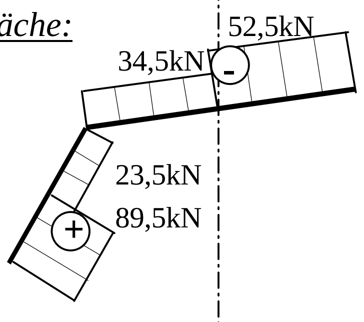
N-Fläche:



z.B. Auflager B:

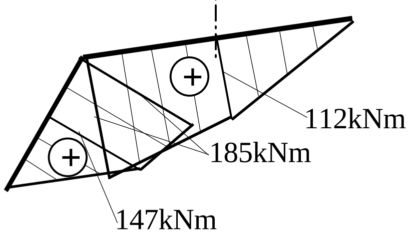


Q-Fläche:



$\uparrow \sum K_{\perp}$	$= 0;$	$Q+61{,}5-9$	$= 0 \rightarrow Q = -52{,}5$ kN
$\leftarrow \sum K_{\parallel}$	$= 0;$	$N-11$	$= 0 \rightarrow N = 11{,}0$ kN
$\curvearrowleft \sum M$	$= 0;$	$M+9\bullet 2{,}133-61{,}5\bullet 2{,}133$	$= 0 \rightarrow M = 112$ kNm

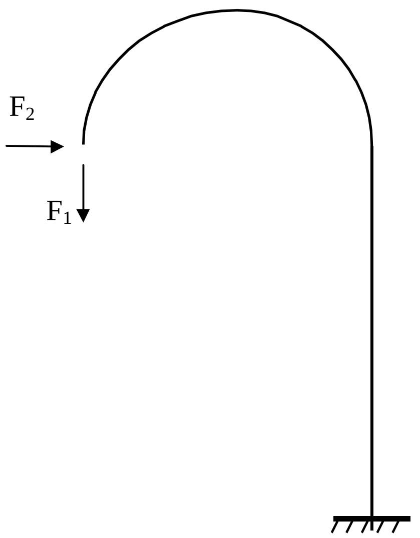
M-Fläche:



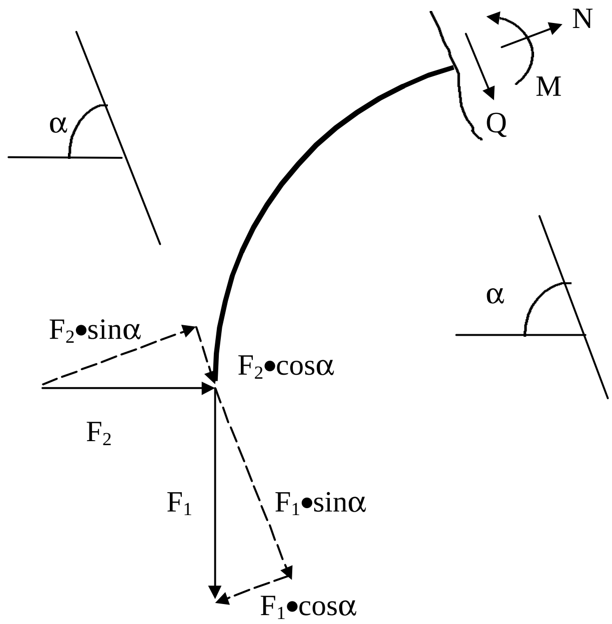
gekrümmtes Tragwerk

Im Bereich der Krümmung ändern sich für jede Stelle die Schnittgrößen, da sich jeweils der Winkel α ändert.

System:

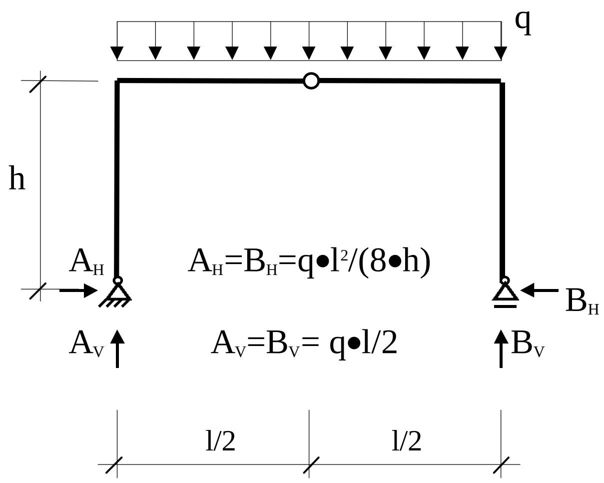


Schnittgrößen:



5.11.2 Dreigelenktragwerke

System:



Die vier Auflagerkräfte werden aus den drei Gleichgewichtsbedingungen:

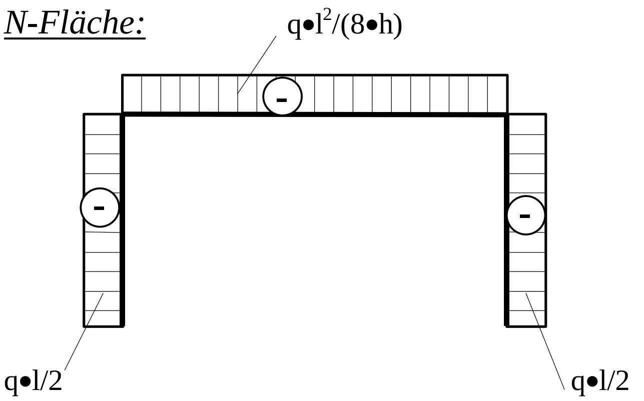
$$\boxed{\sum H = 0;\ \sum V = 0;\ \sum M = 0}$$

und aus der Bedingung:

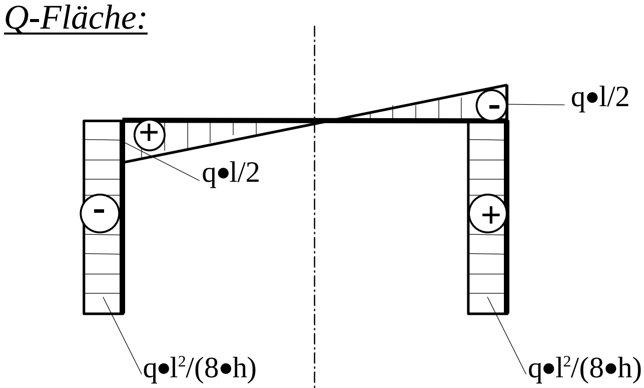
$$\boxed{\sum M_{Gelenk} = 0}$$

berechnet.

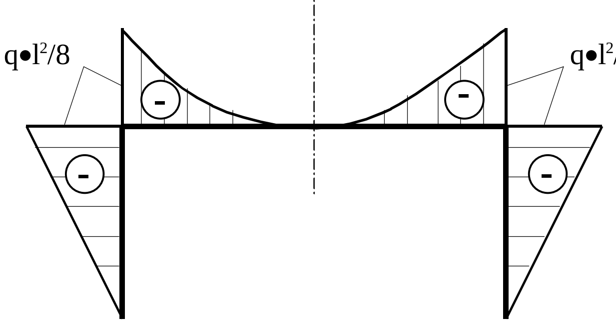
N-Fläche:



Q-Fläche:



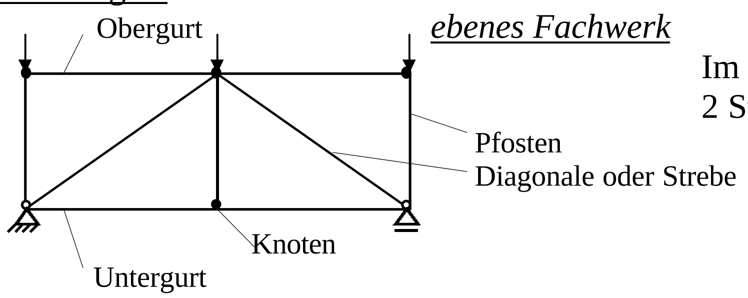
M-Fläche:



6. Fachwerke

6.1 Allgemeines

Bezeichnungen:



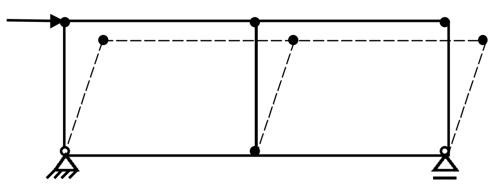
Im Knoten sind mindestens
2 Stäbe miteinander verbunden

Vorraussetzungen:

1. Die Stäbe sind gerade
2. Die Stäbe sind zentrisch angeschlossen
   (d.h. die Achsen der Stäbe schneiden sich im Knoten in einem Punkt)
3. Die Stäbe sind in den Knoten gelenkig gelagert
4. Die Lasten greifen in den Knoten an

aus 3. und 4. folgt:
Die Stäbe erhalten nur Normalkräfte [(-)Druck oder (+)Zug]
keine Querkräfte und keine Biegemomente.

5. Das System ist unverschieblich
   (d.h. die Stäbe dürfen in dem System ihre Lage nicht verändern)



← labil

äußerliche statische Bestimmtheit:

statisch bestimmt, wenn drei unbekannte Auflagerkräfte mit den drei Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden können

innerliche statische Bestimmtheit:

Jeder Knotenpunkt entspricht einem ebenen zentralen Kräftesystem, dessen Kräfte miteinander im Gleichgewicht stehen (siehe Kap. 3.1). Gleichgewicht ist vorhanden, wenn die Resultierende gleich Null ist oder wenn die horizontalen und vertikalen Kräfte gleich Null ($\sum H = 0$ und $\sum V = 0$) sind.
Somit lassen sich für jeden Knoten **k** zwei Gleichgewichtsbedingungen formulieren.

Bei 3 unbekannten Lagerkräften eines statisch bestimmten Systems und der in Abhängigkeit von der Anzahl der Stäbe **s** unbekannten Stabkräfte ergibt sich für die innerliche statische Bestimmtheit:

$$\boxed{\mathbf{s = 2k - 3}}$$

innerlich statisch unbestimmtes Fachwerk:

$$\boxed{\mathbf{s > 2k - 3}}$$

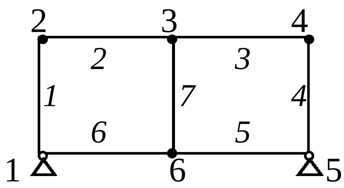
innerlich statisch überbestimmtes Fachwerk:

$$\boxed{\mathbf{s < 2k - 3}}$$

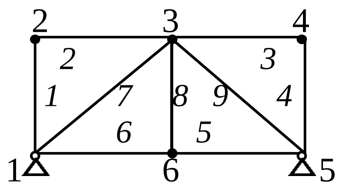
k = Knoten

s = Stäbe

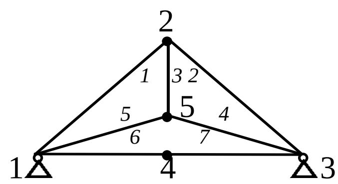
<u>Beispiele:</u>



k = 6
s = 7
7 < 2•6-3
stat. überbest. (labil)



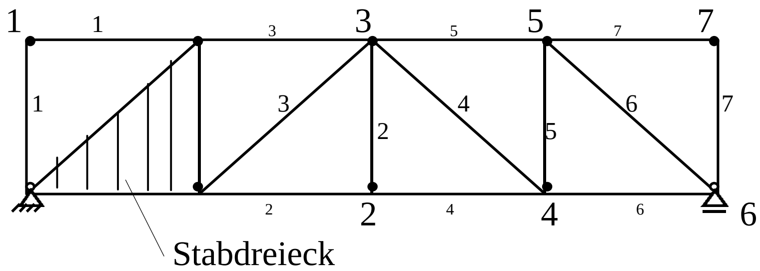
k = 6
s = 9
9 = 2•6-3
statisch bestimmt



k = 5
s = 7
7 = 2•5-3
statisch bestimmt, aber unbrauchbar, da verschieblich infolge einer Last am Knoten 4

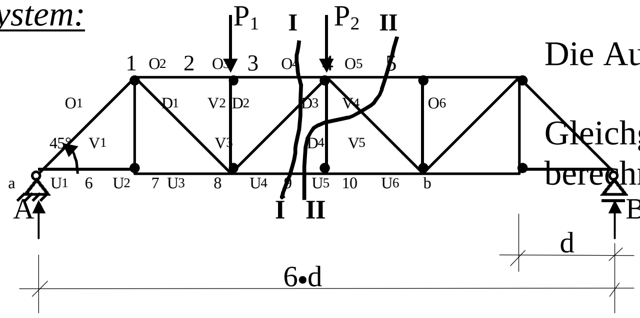
<u>Verschieblichkeit:</u>

Die statische Bestimmtheit bzw. Unbestimmtheit reicht alleine noch nicht aus, um die Unverschieblichkeit festzustellen.
Brauchbare Fachwerke werden konstruiert, indem von einem Stabdreieck ausgegangen wird und jedem neuen Knoten jeweils 2 Stäbe zugeordnet werden, die aber nicht in einer Geraden liegen.



6.2 Ritter´sches Schnittverfahren

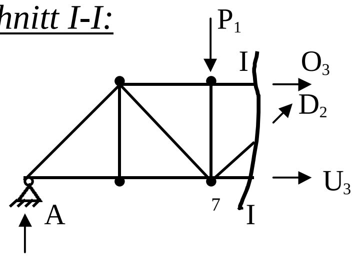
System:



Die Auflagerkräfte werden am ganzen Fachwerk aus den drei Gleichgewichtsbedingungen berechnet.

Zur Ermittlung der Stabkräfte werden durch das Fachwerk gedachte Schnitte gelegt. Die abgeschnittenen Teile müssen jeweils im Gleichgewicht sein. Deshalb müssen die inneren Kräfte mitaufgetragen werden.
Die Wirkungslinien entsprechen den Stabachsen. Die Kräfte werden zunächst als Zugkräfte (d.h. der Pfeil zeigt vom Knoten weg) dargestellt (siehe Kap. 3.1.4).

Schnitt I-I:



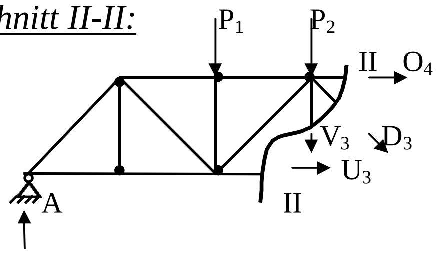
$\uparrow \sum V = 0;\ A - P_1 + D_2 \bullet \sin 45° = 0$

$\overrightarrow{\sum H} = 0;\ U_3 + ,O_3 + D_2 \bullet \cos 45° = 0 \leftarrow$ zwei unbekannte Stabkräfte

$\sum M_7 = 0;\ O_3 \bullet h + A \bullet 2d = 0$

Ritter´sches Schnittverfahren

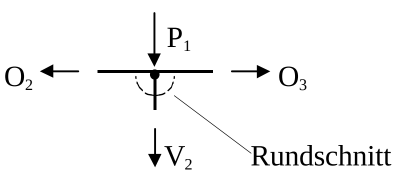
Schnitt II-II:



$\sum M_3 = 0;\ U_3 \bullet h + P_1 \bullet d - A \bullet 3d = 0$

Durch günstige Wahl des Momenten-Bezugspunktes können Gleichungen mit nur einer Unbekannten aufgestellt werden. Zum ersten Mal hat K.W.Ritter im Jahre 1863 dieses Verfahren angewendet.
Die Berechnung von D_2 erfolgt am einfachsten durch die Gleichgewichtsbedingung $\sum V = 0$.
Indem Gleichgewicht am Knoten 2 gebildet wird, kann die vertikale Kraft im Stab V_2 berechnet werden.

Gleichgewicht am Knoten 2:



$\downarrow \sum V = 0;\ P_1 + V_2 = 0$

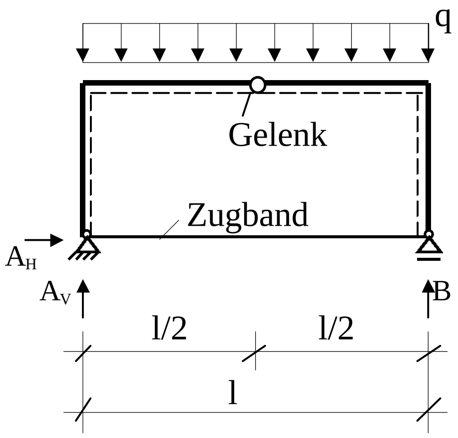
Fazit: Die Stabkräfte können mit verschiedenen Anwendungsformen der Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden.

7. Gemischte Systeme

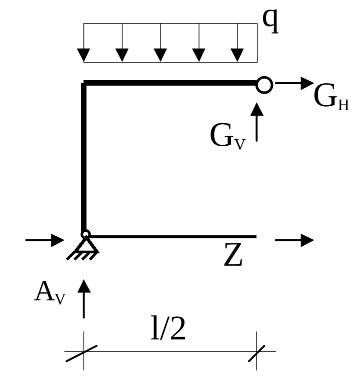
7.1 Dreigelenkrahmen mit Zugband

Gemischte Systeme bestehen aus biegesteifen Stäben und Fachwerkstäben. Ein einfaches Beispiel ist der Dreigelenkrahmen mit Zugband.

System:



Schnittkräfte:



Auflagerkräfte:;

$\sum M_a = 0;\ q \bullet l \bullet l/2 - B \bullet l = 0;$

$\rightarrow B = q \bullet l/2$

$\uparrow \sum V = 0;\ A_V + B = 0$

$\rightarrow A_V = q \bullet l/2$

$\sum \overrightarrow{H} = 0; \quad \rightarrow A_H = 0$

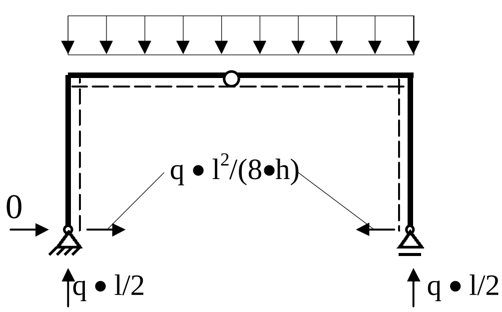
Zugband:

$\sum M_g = 0;\ q \bullet l/2 \bullet l/4 - \overbrace{q \bullet l/2}^{A_V} \bullet l/2 + Z \bullet h = 0$

$\rightarrow Z = q \bullet l^2/(8 \bullet h)$

Die Zugkraft entspricht den Auflagerkräften A_H und B_H des Dreigelenkrahmens mit festen Auflagern auf beiden Seiten (vergl. Kap. 5.11.2).

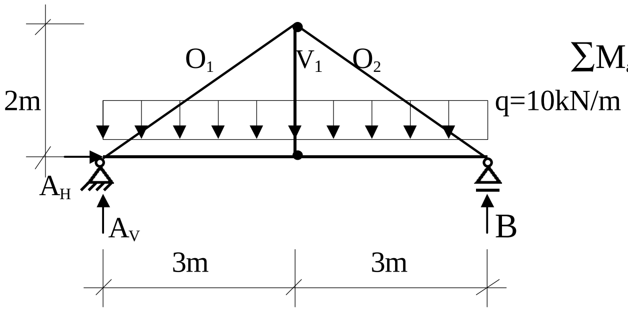
Die M-, N- und Q-Flächen lassen sich auf die bekannte Weise ermitteln, indem die Fachwerkstäbe von den biegesteifen Stäben abgetrennt und die entsprechenden Stabkräfte als äußere Belastung angesetzt werden.



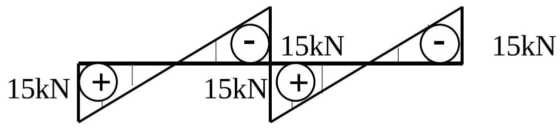
M-, N- und Q-Flächen siehe Kap. 5.11.2

7.2 Gelenkträger mit Fachwerkstäben

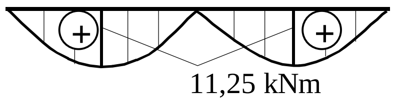
System:



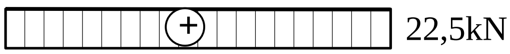
Q-Fläche:



M-Fläche:



N-Fläche:



Auflagerkräfte:

$\sum M_a = 0;\ 10 \bullet 6 \bullet 6/2 - B \bullet 6 = 0$

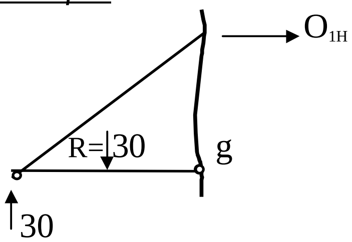
$\rightarrow B = 30\ \text{kN}$

$\uparrow \sum V = 0;\ A_V + 30 - 60 = 0$

$\rightarrow A_V = 30\ \text{kN}$

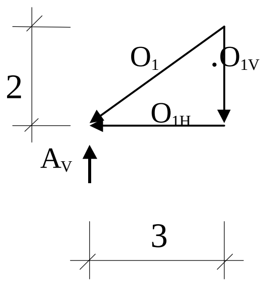
$\overrightarrow{\sum H} = 0;\ \rightarrow A_H = 0$

Stabkräfte:



$\sum M_g = 0;\ -O_{1H} \bullet 2 + 30 \bullet 1{,}5 - 30 \bullet 3 = 0$

$\rightarrow O_{1H} = -22{,}5\ \text{kN}$



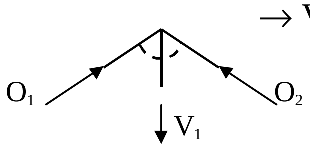
$\rightarrow O_{1V} = 2/3 \bullet 22{,}5$

$= 15\ \text{kN}$

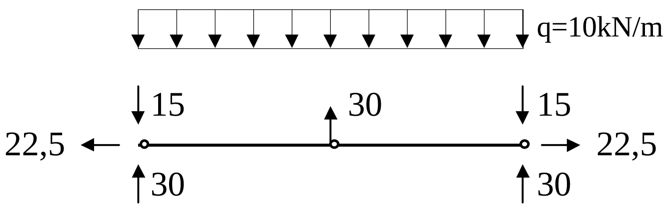
$\rightarrow O_1 = O_2 = 27\ \text{kN}$
(Druckstäbe)

$\downarrow \sum V = 0;\ V_1 - 2 \bullet O_{1V} = 0$

$\rightarrow V_1 = 30\ \text{kN}$ (Zugstab)



Schnittgrößen:



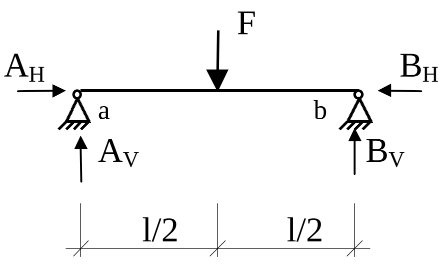
$\max M = 15 \bullet 1{,}5 - 10 \bullet 1{,}5 \bullet 1{,}5/2$

$= 11{,}25\ \text{kNm}$

7.3 Statische Bestimmtheit

Wie bereits zuvor festgestellt wurde, können für jedes einteilige Tragwerk **drei Gleichgewichtsbedingungen** aufgestellt werden. Jede weitere Gleichgewichtsbedingung liefert keine neue statische Aussage, da diese bereits in den ersten drei Gleichgewichtsbedingungen enthalten ist.

Beispiel:



1) $\overrightarrow{\sum H} = 0$; $\quad - B_H + A_H = 0$

2) $\uparrow \sum V = 0$; $\quad A_V + B_V - F = 0$

3) $\sum M_a = 0$; $\quad l \bullet B_V - l/2 \bullet F = 0$

4) $\sum M_b = 0$; $\quad l \bullet A_V - l/2 \bullet F = 0$

Es ist erkennbar, dass die Addition der Gleichungen 3) und 4)

→ $l \bullet A_V + l \bullet B_V - l \bullet F = 0$

und die Division durch l

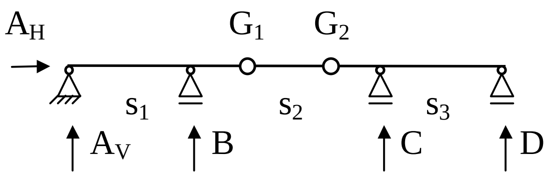
→ $A_V + B_V - F = 0$

die zweite Gleichung ergibt.

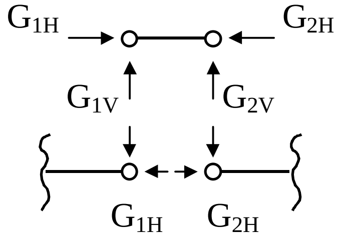
Die 4 Auflagerkräfte dieses Systems sind somit nicht alleine durch das Aufstellen von max. 3 unabhängigen Gleichgewichtsbedingungen bestimmbar. Das System ist einfach statisch unbestimmt.

Bei **Tragwerken mit Gelenken, bei denen 2 Zwischenreaktionen vorhanden sind**, kann, wie bereits im Kap 5.4 gezeigt wurde, der Grad der Unbestimmtheit einfach durch Abzählen festgestellt werden.

Beispiel:



→ 5 unbekannte Lagerkräfte



→ 4 unbekannte Gelenkkräfte

$\sum$ 9 unbekannte Kräfte

Diesen 9 unbekannten Kräften stehen je einteiligem Tragwerksteil 3 Gleichgewichtsbedingungen gegenüber. Da das Tragwerk aus 3 einteiligen

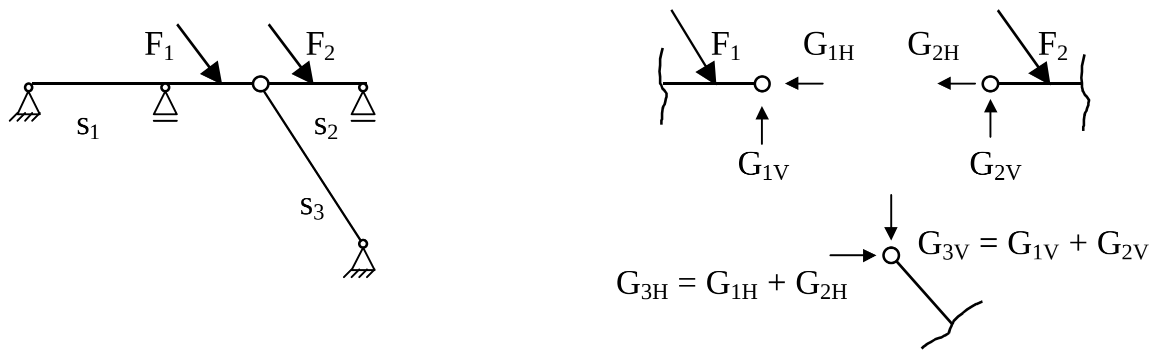
Tragwerken besteht, können somit insgesamt 9 Gleichgewichtsbedingungen zur Berechnung der 9 unbekannten Kräfte aufgestellt werden. Da die Berechnung der unbekannten Kräfte alleine durch die Gleichgewichtsbetrachtungen möglich ist, handelt es sich um ein statisch bestimmtes System, bei dem gilt:

$$\boxed{a + g = 3 \bullet s}$$

Verbindet das Gelenk mehr als 2 Stäbe, so kann man einen Stab als haltenden Stab und die anderen als belastende Stäbe ansehen. Die Anzahl der unbekannten Gelenkkräfte bei i Stäben, die in einem Gelenk zusammentreffen, ergibt sich damit zu:

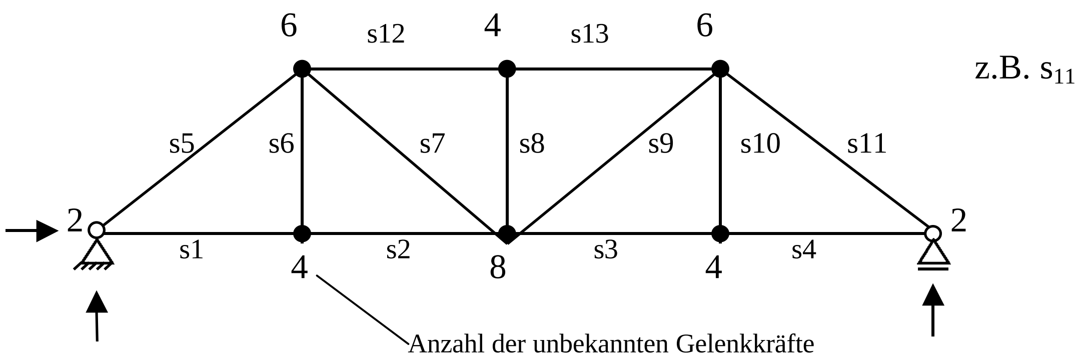
$$\boxed{g = 2\,(i - 1)}$$

Beispiel:



Mit den zuvor erläuterten Zusammenhängen lässt sich ebenfalls die statische Bestimmtheit von **Fachwerken** ermitteln.

Beispiel:



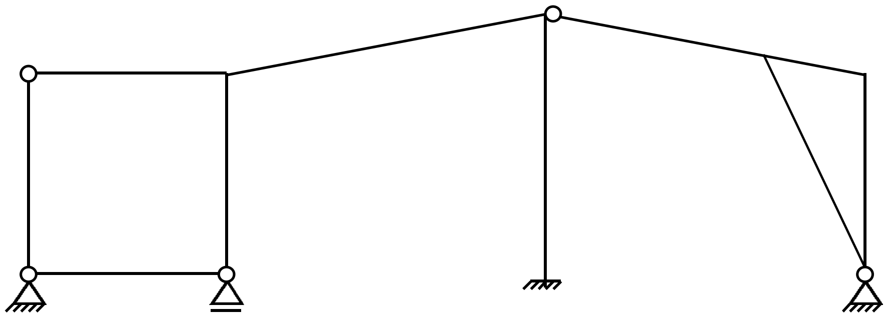
Statisch bestimmt, wenn:

$$a + g = 3 \bullet s$$
$$3 + 36 = 3 \bullet 13$$

Da bei einem Fachwerk nur Normalkräfte in den Stäben wirken, lässt sich die statische Bestimmtheit einfacher berechnen, indem die Anzahl der unbekannten Auflager- (a) und Stabkräfte (s) der Anzahl der möglichen Gleichgewichtsbedingungen gegenübergestellt wird (Je Knoten (k) zwei Gleichgewichtsbedingungen, $\sum H = 0$ und $\sum V = 0$).

$$\boxed{a + s = 2k}$$

Bei **gemischten Systemen**, die sowohl gelenkig als auch biegesteif angeschlossene Stäbe enthalten, sind weitere Betrachtungen notwendig. Hierzu werden an dem unten dargestellten System Schnitte so angebracht, dass nur noch gerade Einzelstäbe und Knoten vorhanden sind. (Siehe Seite 7.6)



Die Anzahl der unbekannten Kräfte ergibt sich zu:

$$\boxed{4\,S1 + 5\,S2 + 6\,S3 + a}$$

mit: S1 = Anzahl der beidseitig gelenkig angeschlossenen Stäbe
S2 = Anzahl der Stäbe, die auf einer Seite gelenkig und auf der anderen Seite biegesteif angeschlossen sind
S3 = Anzahl der beidseitig biegesteif angeschlossenen Stäbe
a = Anzahl der Lagerkräfte

Für das System oben ergeben sich damit: 4•2 + 5•3 + 6•5 + 8 = 61 unbekannte Kräfte.

Die Anzahl der möglichen Gleichgewichtsbedingungen beträgt:

$$\boxed{3 \bullet (S1 + S2 + S3) + 2K1 + 3K2}$$

mit: K1 = Anzahl der Gelenkknoten einschließlich der festen und verschieblichen Stützgelenke
K2 = Anzahl der biegesteifen Knoten. Hierzu zählen alle Knoten, bei denen mindestens 2 Stäbe biegesteif verbunden sind.

Für das System oben ergeben sich damit: 3• (2 + 3 + 5) + 2•3 + 3•6 = 54 Gleichgewichtsbedingungen.
Das System ist 61 - 54 = 7 fach statisch unbestimmt.

7.6

Anordnung der Schnitte, so dass nur noch gerade Einzelstäbe und Knoten vorhanden sind

einschliesslich der festen und verschieblichen Stützgelenke