Überführung von Dezimalzahlen in das Dualzahlensystem:

(Vor- bzw.) Nachkommastellen der Dezimalzahl ergeben (Vor- bzw.) Nachkommastellen der Dualzahl (warum?). Empfehlung: Getrennte Überführung des ganzzahligen und des gebrochenen Teils. (Alternativen?)

- **Ganzzahliger Teil:** Fortlaufende Divisionen durch 2, bis Quotient=0; Reste ergeben Vorkommastellen der Dualzahl v.r.n.l..
- **Gebrochener Teil:** Fortlaufende Multiplikationen von Nachkommastellen (!) mal 2, bis Nachkommateil =0; Vorkommastellen der Produkte ergeben Nachkommastellen der Dualzahl v.l.n.r..

Beispiele:

1. Umwandlung der Zahl $6{,}375_{10}$ mit der Genauigkeit von fünf binären Nachkomma-Stellen:

   Vorkommastellen: 6 : 2 = 3 R **0**
   3 : 2 = 1 R **1**
   1 : 2 = 0 R **1** $\Rightarrow 6_{10} = 110_2$

   Nachkommastellen: 0,375 x 2 = **0**,75
   0,75 x 2 = **1**,5
   0,5 x 2 = **1**,0 $\Rightarrow 0{,}375_{10} = 0{,}011_2$

   d.h.: $\mathbf{6{,}375_{10} = 110{,}01100_2}$

2. Umwandlung der Zahl $0{,}1_{10}$ mit der Genauigkeit von fünf binären Nachkomma-Stellen:

   Vorkommastelle: 0: 2 = 0 R **0** $\Rightarrow 0_{10} = 0_2$

   Nachkommastellen: 0,1 x 2 = **0**,2
   0,2 x 2 = **0**,4
   0,4 x 2 = **0**,8
   0,8 x 2 = **1**,6
   (! →) 0,6 x 2 = **1**,2
   (! →) 0,2 x 2 = **0**,4 $\Rightarrow 0{,}1_{10} = 0{,}0\ 0011\ 0011\ldots_2$

   d.h.: $\mathbf{0{,}1_{10} \approx 0{,}0\ 0011_2}$ (= $0{,}093750_{10}$)

Algebraische Summe ganzer Dualzahlen:

Addition von Dualzahlen erfolgt als Anwendung der 3 Rechenregeln:

0 + 0 = 0

1 + 0 = 1

1 + 1 = 0 Übertrag 1

Subtraktion wird auf die Addition eines negativen Summanden zurückgeführt; deshalb ist z.B. Subtraktion einer negativen Zahl identisch mit der Addition des vorzeichenlosen Betrages. Zu beachten ist dabei:

- Summanden sollten **gleich lang** sein (ggf. mit führenden Nullen).
- Negativ-Bildung einer Zahl erfolgt durch **Zweierkomplement**-Bildung, d.h.: **Einerkomplement** (=Austausch von 0 durch 1 und umgekehrt) und **Addition von 1** zur letzten Stelle (=die am weitesten rechts stehende Stelle, vor oder hinter dem Komma).
- Eine ggf. **hinzugekommene Stelle** im Additionsergebnis wird **angenommen**, wenn beide Summanden **gleiches Vorzeichen** (d.h.: beide führende 1 oder 0) hatten, sonst ersatzlos ignoriert. (Ein längeres Ergebnis hat einen Betrag, der höher ist als jener des betragshöheren Summanden.)
- Hat das Ergebnis eine **führende** (angenommene!) **1**, so handelt es sich um eine **negative** Zahl (Interpretation durch Zweierkomplement-Bildung).

Tip: Sehen Sie je eine Stelle für das Vorzeichen und für den Stellenzuwachs vor! (vgl. Bsp. 2a)

1. Einfache Beispiele:

1 + 2 = 3:	0001 + 0010 = 0011 = 3
1 – 2 = -1:	0001 – (0010) = 0001 + 1101+1 = 1111 = -(000+1) = -1
-(-1) = 1:	-(-0001) = -(1110+1) = -(1111) = 0000+1 = 0001
2 – 1 = 1:	0010 – (0001) = 0010 + 1110+1 = (1)0001
-2 – 1 = -3:	-(0010) – 0001 = (1101+1) + (1110+1) = 1110 + 1111 = 11101 = -(0010+1) = -0011 = -3

2. Interessante algebraische Summen:

(a) 15+1=16; **(b) 15-1=14;** **(c) 1-15=-14;** **(d) -15-1=-16**

(a) 00 1111 + 00 0001 = 01 0000

(b) 00 1111 – 00 0001 = 00 1111 + 11 1110 + 1 = (1)00 1110

(c) 00 0001 – 00 1111 = 00 0001 + 11 0000 + 1 = 11 0010 = -(0 1101 + 1)

= -(1110)

(d) -00 1111 – 00 0001 = 11 0000+1 + 11 1110+1 = 11 0001 + 11 1111

= 111 0000 = -(00 1111+1) = -1 0000

Übungen:

1. Stellen Sie die Dezimalzahlen-Addition $\mathbf{30_{10}+21_{10}}$ im Dualzahlensystem dar:

	0 0 1 1 1 1 0
	+ 0 0 1 0 1 0 1
(Übertrag)	1 1 1
(Ergebnis)	0 1 1 0 0 1 1

2. Stellen Sie die Dezimalzahlen-Subtraktion $\mathbf{21_{10}-30_{10}}$ im Dualzahlensystem dar, ermitteln Sie das (negative) Ergebnis ebenfalls im Dualzahlensystem, und übertragen Sie es in das Dezimalzahlensystem.

0 0 1 0 1 0 1			0 0 1 0 1 0 1
- 0 0 1 1 1 1 0			+ 1 1 0 0 0 0 1
	⇒		+ 1
		(Ü)	1
			1 1 1 0 1 1 1 = $-(0001000+1)_2 = -9_{10}$

3. Berechnen Sie die Differenz $6{,}375_{10} - 0{,}09375_{10} = 6{,}28125_{10}$ (Umwandlung s.o.):

0 0 1 1 0, 0 1 1 0 0				0 0 1 1 0, 0 1 1 0 0
- 0 0 0 0 0, 0 0 0 1 1	⇒		+	1 1 1 1 1, 1 1 1 0 0
			+	1
		(Ü)	1	1 1 1 1 1 1 1
			(1)	0 0 1 1 0, 0 1 0 0 1