

- Punkt-Trfn = Matrizen-Multiplikationen von links (s.o.):

$$\underline{v}_{\text{neu}} = \underline{I}_n \cdot (\dots) \cdot \underline{I}_2 \cdot \underline{I}_1 \cdot \underline{v}_{\text{alt}} = \underline{I}_{\text{gesamt}} \cdot \underline{v}_{\text{alt}}$$

- OpenGL: Laden `mat[16]: glLoadMatrix{fd}(mat)`
Matrizen-Multiplikation: `glMultMatrix{fd}(mat)`

⇒ eigene Matrizen (z.B.: OpenGL bietet keine Scherung)

trans-
poniert!

Aber: OpenGL multipliziert von rechts (engl.: *postmultiply*)

⇒ Aufbau von $\underline{I}_{\text{gesamt}}^T$ in umgekehrter Reihenfolge:

$$\underline{C}_0 = \underline{I}$$

$$\underline{C}_1 = \underline{C}_0 \cdot \underline{I}_n^T$$

(...)

$$\underline{C}_i = \underline{C}_{i-1} \cdot \underline{I}_{n-i+1}^T$$

(...)

$$\underline{C}_n = \underline{C}_{n-1} \cdot \underline{I}_1^T = \underline{I}_n^T \cdot (\dots) \cdot \underline{I}_2^T \cdot \underline{I}_1^T = \underline{I}_{\text{gesamt}}^T$$

```
/*Betr.: Matrix Modell-Trf.:*/  
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);  
glLoadIdentity();  
  
glMultMatrixf(TN); /*...*/  
glMultMatrixf(T1);
```

C: aktuelle (engl. *current*) Positionierungsmatrix; I: Einheitsmatrix

Bequemer (oft: schneller) als `glLoadMatrix*()`, `glMultMatrix*()`:

- Translation eines Objektes (bzw. lokalen Koord.Systems):
`void glTranslate{fd}(TYPE x, TYPE y, TYPE z);`
(Keine Änderung für (0., 0., 0.))
- Rotation eines Objektes (bzw. lokalen Koord.Systems) um d. Winkel `angle` (in Grad) um eine Achse vom Koord.-Ursprung zum Punkt (`x, y, z`) gegen den Uhrzeigersinn:
`void glRotate{fd}(TYPE angle, TYPE x, TYPE y, TYPE z);`
(Abstand von Achse = Radius „Umlaufbahn“; Keine Änderung für (0., *, *, *); (0., 0., 0., 0.) zulässig/wirkungslos)
- Skalierungsfaktoren entlang d. Achsen d. Koord.Systems:
`void glScale{fd}(TYPE x, TYPE y, TYPE z);`
(Keine Änderung für (1., 1., 1.); Skalierung mit 0. meist problematisch \Rightarrow stattdessen: Projektion!)
- Alle OpenGL-Trfn sind Multiplikationen von rechts!

Code-Beispiele:

Vor Viewing & Modeling sicherstellen (ggf. wiederherstellen):

Betr.: Modellierung

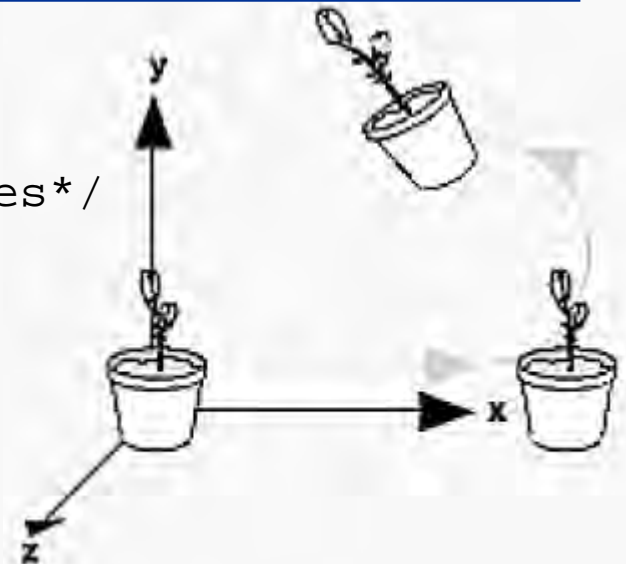
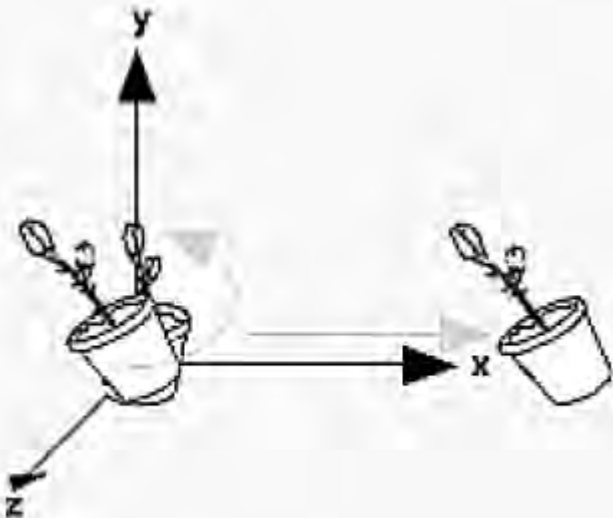
Neuer Start

```
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);  
glLoadIdentity();
```

Multiplikationen
von rechts mit der
Transponierten

```
glTranslatef      (x, 0.,0.);  
glRotatef(angle[Z],0.,0.,1.);  
glTranslatef      (x, 0.,0.);
```

```
glBegin(GL_POLYGON);  
/* (...) */  
/*transformed vertices*/  
glVertex3fv(v1);  
/* (...) */  
glEnd();
```



- Sicht-Transformation bestimmt Lage und Orientierung des Sichtvolumens („Augenpunkt“, „Blickrichtung“); sie wirkt in entgegengesetzter Weise wie die Modellierung: „Virtual Walkthrough“ als Objekt-Trf. in umgekehrter Richtung.
- GLU-Funktion definiert Matrix und multipliziert von rechts:

```
void gluLookAt(  
GLdouble eyex,    GLdouble eyey,    GLdouble eyez,  
GLdouble centx,   GLdouble centy,   GLdouble centz,  
GLdouble upx,     GLdouble upy,     GLdouble upz);
```

mit: **eyex/y/z**: Augenpunkt

centx/y/z: bel. Punkt auf Sichtvolumen-Mittelachse

upx/y/z: Vektor v. unterer zu oberer Sichtvol.-Kante

OpenGL-Voreinst.: Augenpunkt am Ursprung, Blick entlang neg. z-Achse – äquivalent zu (**centz** willkürlich):

```
gluLookAt (0.,0.,0., 0.,0.,-100., 0.,1.,0.);
```

*engl. *virtual*: „eigentlich“ (vgl.: das Eigentliche)

- Projektions-Transformation legt Sichtvolumen-Form fest:
 - Art der Projektion (perspektivisch / orthografisch)
 - Objekte (bzw. O.-Teile), die ins Ergebnis-Bild kommen
- Vor Projektions-Transformation sicherstellen:
`glMatrixMode(GL_PROJECTION);`
`glLoadIdentity();`
- Festlegung d. Pyramidenstumpfs für die persp. Projektion und Multiplikation mit der aktuellen Positionierungsmatrix:
`void glFrustum(GLdouble left , GLdouble right ,`
`GLdouble bottom, GLdouble top ,`
`GLdouble near , GLdouble far);`
Eckpunkte der Deckfläche: `(left, bottom, -near)`
und `(right, top, -near)`; `far`: Abstand d. Augenpunkts zur Grundfläche des Pyramidenstumpfs. Alle Größen >0.
Tip: Irrreal großes Sichtvolumen (z.B. $10^{-3} \dots 10^6$) kann vorläufig helfen, „verlorene“ Objekte („black screen“) wieder zu finden.

- OpenGL-Parallelprojektion (Matrix-Def., -Multiplikation):

```
void glOrtho (GLdouble left, GLdouble right,  
             GLdouble bottom, GLdouble top,  
             GLdouble near, GLdouble far);
```

Sicht-Quader mit Eckpunkten: (left, bottom, -near),
(right, top, -near), (left, bottom, -far),
(right, top, -far); alle Größen >0, near ≠ far.

- Viewport-Festlegung:

```
void glViewport (GLint x, GLint y, GLsizei width,  
               GLsizei height);
```

mit: **x, y**: linke, untere Fenster-Ecke (def.: 0,0)

width, height: Breite, Höhe des generierten Bildes
(def.: Breite, Höhe des Fensters)

Verzerrungen, falls **width : height** ≠ Breite : Höhe!

- GLU-Alternative (definiert Matrix u. multipliziert v. rechts) für perspektivische Projektion:

```
void gluPerspective (GLdouble fovy,  
GLdouble aspect, GLdouble near, GLdouble far);
```

mit: **fovy**: Sichtfeld (*field of view*) Sichtwinkel in y-Richtg:
 $0. \leq \text{fovy} \leq 180.$

aspect: Seitenverhältnis d. Sichtfensters (Breite:Höhe)

near, **far**: Augenpunkt-Abstände (>0) zu Deck- / Grund-
Flächen des Sichtvolumens (*clipping planes*).

glu-Sichtfeld symmetrisch um Sichtvolumen-Mittelachse!

- Modular-hierarchische Modellierung / Animation erfordern mehrfache Zwischenablage v. Matrizen (In eigenen Koord. Systemen modellierte/animierte Roboter-Hand /-Unterarm /-Oberarm – jeweils an linker / rechter R.-Schulter).
- Matrizen-Stapelspeicher für ≥ 32 (`GL_MODELVIEW`) bzw. ≥ 2 (`GL_PROJECTION`, `GL_TEXTURE`, `GL_COLOR`) 4x4-Matrizen.
- Ablage einer Kopie der aktuellen `glMatrixMode()`-Matrix als 2. im Stapel (Verschiebung gespeicherter Mat. um eine Position; kein Einfluß auf darauffolgende Berechnungen):

```
void glPushMatrix(void);           /* "Merke Dir!" */
```

- Aufgeben der aktuellen Matrix (der 1. im Stapel), weitere Verwendung der bisher 2. Stapel-Matrix (Rück-Verschiebung der anderen Matrizen im Stapel):

```
void glPopMatrix(void);           /* "Erinnere Dich!" */
```

(Fehlermeldungen, falls keine Speicherung mehr möglich bzw. noch keine Ablage erhältlich)

- Grundsätzlich: gleiche Farbdarstellg. für alle Geräte-Pixel; Farbdaten auf mehreren (Hw-), „Bitebenen“ (*bitplanes*) = Teilspeicher in Bildspeicher-Dimension mit je 1 Bit / Pixel; Bildspeicher (*framebuffer*) mit 8 Bitebenen können 2^8 , mit 24 (meist: 8R, 8G, 8B) $2^{24}=16.777.216$ Farben darstellen.
- **(Color) Index Mode:** Einmalig (je Fenster) einstellbare Farb-Palette (-Tabelle: engl. *look up table* bzw. *color map*) Bildspeicher (*color buffer*), meist für 256 Farben/Grautöne („8-bit buffer“), jeweils wählbar über Farb-/Grauton-Index
- **RGBA Mode:** Individuelle Pixel-Farbgebung durch R/G/B-Farbwerte, Alpha (1.=opak, def.) für Transparenz u./o. Farbmischung (*blending*) / lineare Berechnung, ggf. Gamma-Korrektur/ RGBA aufwendiger, aber verbreiteter
- Farbmodus nur beim Start (Initialisierung) einmal wählbar; Farben werden Eckpunkten (*vertices*) zugewiesen

- Farbwerte meist als `float` [0. bis 1.] Interne Umrechnung auf System-Ressourcen – z.B. bei 8 Bitplanes für jede Farbe: $0.=0/255$; ... ; $1.0=255/255$
- Systemabhängig möglich: Bitplane-Aufteilung bei Double Buffering (2x4 Bitplanes je Farbe); OpenGL vorsorglich: Halbton-Darstellung (eng. *dithering*); abstellbar mit:

```
glDisable(GL_DITHER); // def.: glEnable(GL_DITHER)
```

(Denkbare Anwendung: Bilder/Grafiken mit 24 Bitplanes, flimmerfreie Fenster-Verlegung mit Double-Buffering –evtl. in 2 Synchron-Fenstern)

- Wahl des Schattierungsmodells:

```
void glShadeModel (GLenum mode);
```

Zulässige Werte für `mode`:

`GL_FLAT` (Flat – Farbwert einheitlich für ganze Fläche),

`GL_SMOOTH` (Gouraud – def.: Interpolation zwischen individuell berechneten Eckpkt-Farbwerten)

Grafik-Animation („-Beatmung“, „-Behauchung“):

- Bewegungssillusion durch schnelle Abfolge Bild-Löschung-Bild... (vgl. Kino: Bild-Blende-Bild...); bei sichtbarer Bild-Entstehung: Flimmern des zuletzt berechneten Bildteils

↪ Animation meist mit **Double-Buffering**:

Darbietung erst nach Fertigstellung eines Bildes durch Wechsel (engl. *swap*) des zugeschalteten Bildspeichers

- Aufgrund starker Abhängigkeit von Hardware überläßt es OpenGL dem Fenstersystem: `glutSwapBuffers()` ;
- Typische Bildraten in Hz (Bilder/sec = *fps* [frames per sec]):

Ch.Chaplin-Filme: 16 Hz bzw. 62,5 ms/Bild

modernes Kino: 24 Hz bzw. 41,66... ms/Bild

TV (Interlaced): 50 Hz bzw. 20,0 ms/Halbbild

Flug-Simulation: 60-120 Hz bzw. 16,66...-8,33... ms/Bild

- Darstellung auf elektr. Ausgabemedien (Monitor, Beamer)
flüchtig: Bild wird in konstanten Zeitabständen t_R [msec] aktualisiert (vgl. TV).
⇒ Bildauffrischungsrate (engl. *refresh rate*) [Hz] $f_R = 1/t_R$
- Wichtig für die Illusion kontinuierlicher Bewegung:
Konstante Bildrate (engl. *frame rate*) [Hz] $f_F = 1/t_F$, mit t_F [msec]: Darbietungszeit eines Bildes bzw. Zeit zwischen dem Zeichenbeginn zweier aufeinanderfolgender Bilder.
⇒ t_F kann nur ein ganzzahliges Vielfaches von t_R sein:
$$t_F = n \cdot t_R, \text{ mit } n \geq 1, n \in \mathbf{N}$$
- Es muß je Bild Rechenzeit $t_A \leq t_F = 1/f_F$ gewährleistet sein
⇒ bei Eintritt komplexer Objekte in das Sichtvolumen ggf. Auslassen (engl. *drop*) v. Einzelbildern u. Herabsetzg der Bildrate so, daß jedes Bild als Rechenzeit ein ganzzahl. Vielfaches der Sichtsystem-Bildauffrischungszeit erhält.

- Definition: Die **Ganzzahlfunktion** $[x]$ ordnet einer reellen Zahl x eine ganze Zahl z zu: „Gauß-Klammer“

$$z = [x] \quad \Leftrightarrow \quad x-1 < z \leq x \quad (z \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{R})$$

Für nicht-positive $x = -|t| \leq 0$, $t \in \mathbf{R}$, gilt:

$$z = [-|t|] \quad \Leftrightarrow \quad -|t| - 1 < z \leq -|t|$$

bzw.: $\Leftrightarrow \quad |t| + 1 > -z \geq |t|$

Mit $n = -z \geq 0$ wird daraus:

$$n = -z = -[-|t|] \quad \Leftrightarrow \quad |t| + 1 > n \geq |t| \quad (n \in \mathbf{N}_0, t \in \mathbf{R})$$

– in Worten: Die Funktion $n_{(t)} = -[-|t|]$ ordnet einer nicht-negativen reellen Zahl $|t|$ die nicht-negative ganze Zahl n mit dem gleichen oder dem nächstgrößeren Betrag zu.

- Daraus Forderung für Animation: $t_F = n \cdot t_R$ mit $n = -[-t_A / t_R]$
 $\Rightarrow \quad t_F = -[-t_A / t_R] \cdot t_R$

bzw. wegen $f_F = 1/t_F$ und $f_R = 1/t_R$ und $n = -[-t_A \cdot f_R]$:

$$f_F = -f_R / [-t_A \cdot f_R]$$

⇒ Berechnung der Bildrate f_F aus der Rechenzeit t_A für ein Bild und der Bildauffrischungsrate f_R :

$$f_F = - f_R / [- t_A \cdot f_R]$$

Beispiel:

Wenn bei einer „*refresh rate*“ von $f_R = 120$ Hz ein Bild $t_A = 1/50$ sec Rechenzeit braucht, beträgt die „*frame rate*“:

$$\begin{aligned} f_F &= 120 / [-120 / 50] \text{ Hz} = 120 / [-2,4] \text{ Hz} = 120 / [-3] \text{ Hz} \\ &= 40 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Die verfügbare (Rechen-,Warte-) Zeit je Bild beträgt dann:

$$t_F = 1/40 \text{ sec} = 1000/40 \text{ ms} = 25 \text{ ms}$$

D.h., jede 3. Bildauffrischung bekommt einen neuen Inhalt u.d.Grafik-System bleibt untätig (engl. *idle*) für 20% d. Zeit

$$(t_F - t_A) / t_F = (1/40 - 1/50) / 1/40 = 40 \cdot (5-4)/200 = 1/5 = 0,2$$