

Typische Vorgänge beim Laden eines grafischen Objektes:

- Bereitstellung von (Struktur-)Variablen für bekannte Merkmale
- Belegung der (Struktur-)Variablen mit Werten aus Datei
- Sukzessive Speicherplatzreservierung für restliche Merkmale – z.B. (in Funktion mit CGF-Objekt `obj`):

```
obj->Vrtx=(float**)calloc(obj->nVrtx, sizeof(float *));
```

- Berechnung (i.d.R. auch Speicherung) wiederholt benötigter, abhängiger Merkmale – z.B. (vgl. Übungen)
 - **Bounding Box** (umhüllender Quader, zur schnellen Überprüf. von Sichtbarkeit im Sichtvolumen, Verdeckung, Kollision etc.)
 - **Flächennormalen** (zur Ermittlung der Lage gegenüber Lichtquellen oder dem Augenpunkt, z.B. zur Eliminierung abgewandter Objektflächen – engl. *back face culling*)

In den Naturwissenschaften häufig: Rechnen mit 3D-Vektoren und -Punkten –z.B.: Stärke, Richtung d. Gravitation $g(x,y,z)$ an einem bestimmten Punkt im Weltraum $p(x,y,z)$

Darstellung von 3D-Vektoren und -Punkten meist identisch: Zahlentripel (x, y, z) – aber:

- Vektoren haben Betrag und Richtung, aber keine Position.
- Punkte haben Position, aber weder Betrag noch Richtung.

Typische Umgehung der Unwegsamkeit: Darstellung eines Punktes über seinen Ortsvektor, d.h. über seinen *Versatz* gegenüber d.Koordinaten-Ursprung (V.-Betrag, V.-Richtung!)

Verbleibendes Problem: Darstellung bei Verwendung mehrerer Koordinatensysteme.

⇒ Erweiterung des Begriffs des (3D-)Koordinatensystems:

Ein *Coordinate Frame* (CF, Koord.rahmen,-netz) besteht aus

- 3 senkrecht zueinander stehenden Einheitsvektoren $\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}$
- einem besonderen Punkt φ , dem Ursprung (engl. *origin*).

($\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}, \varphi$ können nur über andere CF spezifiziert werden!)

„Homogene“ Vektor- u. Punkt-Darstellung (4 Komponenten):

$$\text{Vektor } \underline{v} = v_1 \underline{i} + v_2 \underline{j} + v_3 \underline{k} = [v_1, v_2, v_3, 0]^T$$

$$\text{Punkt } \underline{p} = p_1 \underline{i} + p_2 \underline{j} + p_3 \underline{k} + \varphi = [p_1, p_2, p_3, 1]^T$$

Übereinstimmend mit bisherigen Feststellungen (vgl. Ortsv.):

- Die Differenz zweier Punkte ist ein Vektor.
- Die Summe eines Punktes und eines Vektors ist ein Punkt.
- Die Summe zweier Vektoren ist ein Vektor.
- Skalierung eines Vektors ist sinnvoll.
- Addition von Punkten ist nicht sinnvoll / nicht zulässig.
- Jede Linearkombination von Vektoren ergibt einen Vektor.

Zur Erinnerung:

- **Linearkombination** von Vektoren = Summe skaliertter Vektoren:

$$\underline{v} = \alpha_1 \underline{v}_1 + \alpha_2 \underline{v}_2 + \dots (\alpha_i \in \mathbf{R})$$

- **Affine Kombination** von Vektoren = Summe skaliertter Vektoren mit Summe der Skalierungsfaktoren =1:

$$\underline{v} = \alpha_1 \underline{v}_1 + \alpha_2 \underline{v}_2 + \dots (\alpha_i \in \mathbf{R}, \sum \alpha_i = 1)$$

- **Konvexe Kombination** von Vektoren = Summe skaliertter Vektoren mit Summe der Skalierungsfaktoren =1 und mit nichtnegativen Skalierungsfaktoren :

$$\underline{v} = \alpha_1 \underline{v}_1 + \alpha_2 \underline{v}_2 + \dots (\alpha_i \in \mathbf{R}, \sum \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0)$$

Affine u. konvexe Kombinationen von Punkten sind zulässig!

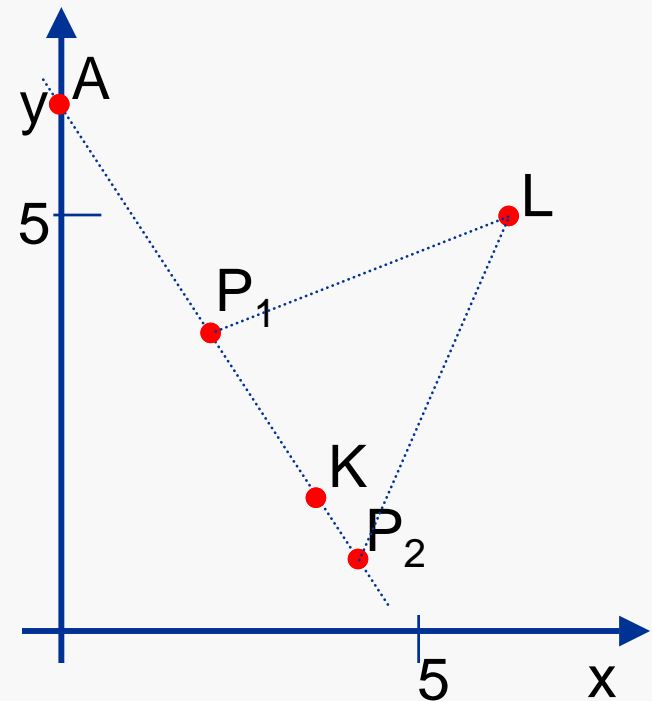
3D-Punkte, 3D-Vektoren

Beispiel: Konvexe (K), affine (A) und lineare (L) Punkt-Kombinationen von $P_1=[2, 4]^T$ und $P_2=[4, 1]^T$:

$$\begin{aligned} K &= 0.25 P_1 + 0.75 P_2 \\ &= [0.5, 1]^T + [3, 0.75]^T \\ &= [3.5, 1.75]^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 2 P_1 - 1 P_2 \\ &= [4, 8]^T - [4, 1]^T \\ &= [0, 7]^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L &= 1 P_1 + 1 P_2 \\ &= [2, 4]^T + [4, 1]^T \\ &= [6, 5]^T \end{aligned}$$

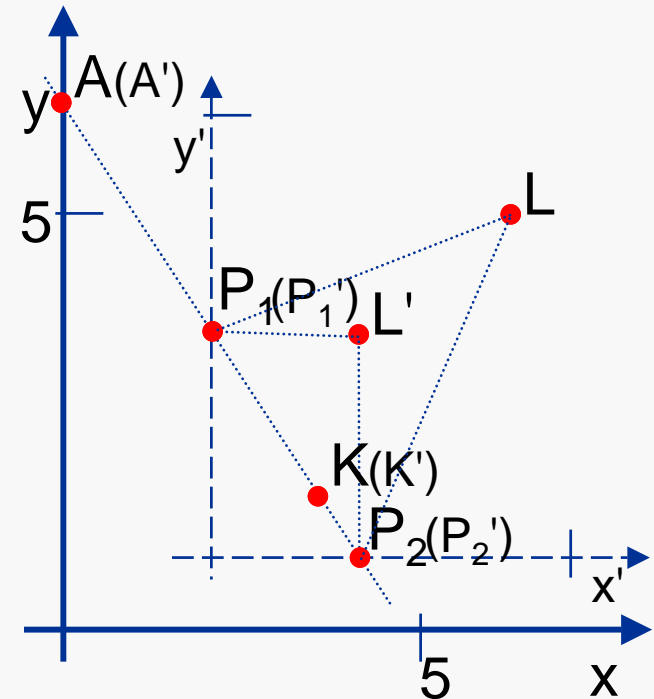


Beispiel: Konvexe (K), affine (A) und lineare (L) Punkt-Kombinationen von $P_1=[2, 4]^T$ und $P_2=[4, 1]^T$ bei Wechsel des Koordinatensystems zu $P_1'=[0, 3]^T$ und $P_2'=[2, 0]^T$:

$$\begin{aligned} K' &= 0.25 P_1' + 0.75 P_2' \\ &= [0, 0.75]^T + [1.5, 0]^T \\ &= [1.5, 0.75]^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A' &= 2 P_1' - 1 P_2' \\ &= [0, 6]^T - [2, 0]^T \\ &= [-2, 6]^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L' &= 1 P_1' + 1 P_2' \\ &= [0, 3]^T + [2, 0]^T \\ &= [2, 3]^T \end{aligned}$$



⇒ Nur affine (u. somit auch konvexe) Punkt-Kombinationen sind unabhängig von der Wahl des Koordinatensystems!