

Klausur Grundlagen der Informatik SS 2014

– Lösungshilfe –

Personalien:

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Hinweise:

- Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
- Alle schriftlichen Hilfsmittel sind zugelassen; andere Hilfsmittel, insb. elektronische Rechen- und Kommunikationsapparate dürfen nicht verwendet werden.
- Ausgesprochene Folgefehler (durch Übertragung falscher Zwischenergebnisse) werden in Folgerechnungen als richtig gewertet.
- Die Aufgaben sollen nur auf diesen Aufgabenblättern bearbeitet werden. Bei Bedarf kann zusätzliches Papier zur Verfügung gestellt werden.
- Zur sicheren Zuordnung aller Lösungen wird um eine persönliche Kennung (Name u./o. Matrikelnr.) auf allen Blättern gebeten.
- Auf Wunsch darf auch Bleistift verwendet werden.

Zur leichteren Lesbarkeit werden Substantive nur in einem Geschlecht („Nutzerin“) verwendet.

1. **Aufgabe** (20 Punkte)

- a) Die algorithmische Leistung von Ariadne, Tochter von König Minos, bestand darin, ... (Zutreffendes bitte ankreuzen)

| | |
|---|--|
| | ... daß sie half, den Minotaurus zu töten. |
| X | ... daß sie eine komplexe Navigationsaufgabe für ihren unkundigen Liebhaber mit einem Faden löste. |
| | ... daß sie Theseus mit geschickten Fragen und Antworten durch das Labyrinth führte. |
| | ... daß sie die früheste bekannte Form eines Gebäude-Simulators präsentierte. |
| | ... daß mit ihrer Hilfe Athen keinen Blutzoll mehr an Kreta zu zahlen hatte. |

- b) Mit Hilfe der Schaltalgebra kann... (Zutreffendes bitte ankreuzen)

| | |
|---|---|
| X | ... eine UND-Verknüpfung mit einer Serienschaltung, eine ODER-Verknüpfung mit einer Parallelschaltung wiedergegeben werden. |
| | ... eine ODER-Verknüpfung mit einer Serienschaltung, eine UND-Verknüpfung mit einer Parallelschaltung wiedergegeben werden. |
| X | ... eine existierende technische Realisierung überprüft werden, damit ihre Komplexität (falls möglich) reduziert wird. |
| | ... eine Schaltung durch Gedanken beeinflusst werden. |
| X | ... eine Behandlung logischer Verknüpfungen mit elektrischen und elektronischen Schaltungen erfolgen. |

- c) Welcher Ausdruck steht hinter dem Akronym „ASCII“?

American Standard Code for Information Interchange

- d) Warum spricht man von „Binärbildern“, aber nicht von „Dualbildern“?
(Kurze Erklärung)

Weil „dual“ ein mathematischer Begriff ist, während „binär“ nur auf die Zweiwertigkeit hinweist; Binärbilder haben zwei (Helligkeits-) Werte, die zum Anschauen, nicht zum Rechnen sind.

- e) Wieviele Stellen braucht eine Oktalzahl, wenn sie die Anzahl der Anwesenheitstage einer Person an ihrem Studienort während einer Woche erfassen soll? Erklären Sie bitte kurz Ihre Antwort.

Eine Stelle: Einträge 0...7.

- f) Auf einer Hochschulfeier lernen Sie eine Ministerin kennen, und sie bittet Sie sofort um Hilfe: Sie weiß nicht, wie viele Bit sie braucht, um die Studentenzahl in Deutschland zu codieren. Sie sagen ihr, daß Sie im Moment nur Näherungen für die nötigen Werte haben: Studentenzahl bei ca. 2,5 Millionen, $\lg 2 \approx 0,3$. Die Dame bittet Sie höflich, ihr mit diesen ungenauen Angaben etwas vorzurechnen.

Wie berechnen Sie mit diesen Werten die benötigte Mindestzahl an Bits?

$$2^l \geq 2.500.000$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lg(2^l) &= l \geq \lg(2.500.000) \\ &= [\lg(2,5) + \lg(1.000.000)] / \lg(2) \\ &= [\lg(10) - \lg(4) + 6] / \lg(2) = [1 - 2 * \lg(2) + 6] / \lg(2) \\ &= 7 / \lg(2) - 2 \approx 7 / 0,3 - 2 = 23,333... - 2 = 21,333... \end{aligned}$$

$$\Rightarrow l \geq 21,333... \Rightarrow l = 22 \text{ Bit}$$

Die Ministerin ist Ihnen sehr dankbar und möchte nur noch eins wissen:

Wie hoch ist die Redundanz in Ihrer Rechnung, und in welcher Einheit wird sie gemessen?

$$h = \lg 2^{22} = 22 * \lg 2 = 22$$

$$r = l - h = 22 - 21,33... = 0,666 \text{ bit}$$

2. Aufgabe (25 Punkte)

Sie besuchen einen Karriere-Berater und fragen ihn, ob das Informatik-Studium das Richtige für Sie ist. Er erklärt Ihnen:

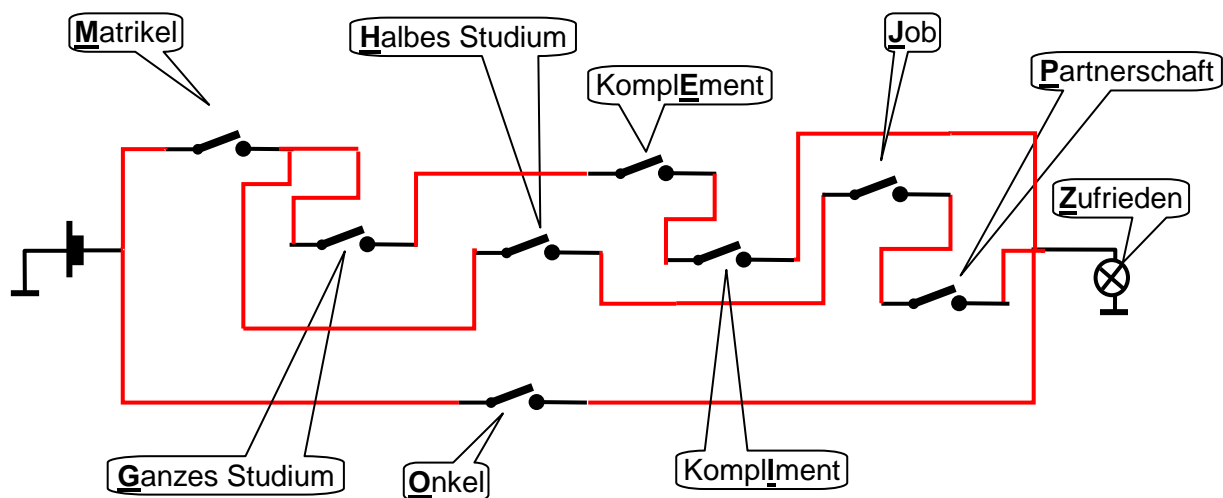
Um den Zustand (**Z**) der Zufriedenheit in Ihrem Berufsleben zu erreichen, können Sie sich zunächst immatrikulieren (**M**). Danach können Sie entweder ein ganzes Studium (**G**) absolvieren und 40 Jahre mit Berechnungen des Zweierkomplements (**E**) und freundlichen Worten und Komplimenten (**I**) für den Chef / die Chefin verbringen, oder ein halbes Studium (**H**) durchführen, dabei den Zustand eines/-r Jobstudierenden (**J**) annehmen und dann den Chef / die Chefin heiraten, um mit ihm / ihr 40 Jahre in Partnerschaft (**P**) zu leben. Alternativ können Sie einen reichen Onkkel (**O**) in Amerika haben, der plötzlich stirbt und Ihnen seine IT-Firma hinterläßt, wo Sie dann 40 Jahre lang selbst Chef / Chefin sind – wofür Sie natürlich zuvor keine Immatrikulation brauchen.

- a) Der Berater fragt Sie, ob Sie ihn verstanden haben, und Sie bestätigen das, indem Sie die Gleichung für die Zufriedenheit **Z** in der Booleschen Notation schreiben:

$$Z = (M \wedge ((G \wedge E \wedge I) \vee (H \wedge J \wedge P))) \vee O$$

- b) Der Berater hat für Ihr Gespräch eine kleine Schaltung vorbereitet, damit Sie anhand eines aufgehenden Lichts erkennen, wie Sie zu Ihrer Zufriedenheit kommen.

Vervollständigen Sie bitte die Schaltung gemäß der o.a. Beschreibung!



- c) Sie sagen dem Berater, daß ein halbes Studium bei gleichzeitigem Jobben und einer späteren Partnerschaft mit Ihrem Chef / Ihrer Chefin für Sie nicht in Frage kommt. Sie formulieren dazu die Bedingungen, die bei den verbleibenden Möglichkeiten noch dazu führen können, daß Sie schließlich den Zustand **Z** der Zufriedenheit nicht erlangen.

Schreiben Sie bitte in einer einfachen Form die Gleichung für das Nicht-Erreichen des Zustands **Z** in der Booleschen Notation unter den veränderten Bedingungen:

$$\overline{Z} = \overline{(M \wedge (G \wedge E \wedge I)) \vee O}$$

- d) Formen Sie nun bitte diesen Ausdruck so um, daß nur einzelne logische Zustände (keine Verknüpfungen) negiert werden.

$$\begin{aligned} \overline{Z} &= \overline{(M \wedge (G \wedge E \wedge I)) \wedge O} \\ &= (\overline{M \vee (G \wedge E \wedge I)}) \wedge \overline{O} \\ &= (\overline{M \vee (G \vee E \vee I)}) \wedge \overline{O} \\ &= (\overline{M \vee G \vee E \vee I}) \wedge \overline{O} \end{aligned}$$

- e) Bringen Sie bitte schließlich den zuletzt gefundenen logischen Ausdruck in eine Form, die keine Klammern enthält.

$$\overline{Z} = \overline{M} \wedge \overline{O} \vee \overline{G} \wedge \overline{O} \vee \overline{E} \wedge \overline{O} \vee \overline{I} \wedge \overline{O}$$

Ergebnis bei Aufrechterhaltung der Option mit dem halben Studium (hier nicht gefragt):

$$\begin{aligned} \overline{Z} &= \overline{M} \wedge \overline{O} \vee \overline{G} \wedge \overline{H} \wedge \overline{O} \vee \overline{E} \wedge \overline{H} \wedge \overline{O} \vee \overline{I} \wedge \overline{H} \wedge \overline{O} \\ &\quad \vee \overline{G} \wedge \overline{J} \wedge \overline{O} \vee \overline{E} \wedge \overline{J} \wedge \overline{O} \vee \overline{I} \wedge \overline{J} \wedge \overline{O} \\ &\quad \vee \overline{G} \wedge \overline{P} \wedge \overline{O} \vee \overline{E} \wedge \overline{P} \wedge \overline{O} \vee \overline{I} \wedge \overline{P} \wedge \overline{O} \end{aligned}$$

3. **Aufgabe** (15 Punkte)

Sie haben Zweifel, ob eine Rechenschaltung richtig funktioniert. Sie lassen sie die Differenz $(119 - 127 = -8)_{10}$ im Dualzahlensystem bilden, um dann die Bitbelegung des Ergebnisses zu überprüfen.

Lösen Sie bitte diese Aufgabe, indem Sie folgende Fragen behandeln:

- a) Wie ermittelt man die Darstellung der Zahlen 119_{10} und 127_{10} im Dualzahlensystem?

Dezimal \Rightarrow Dual
fortlaufende Divisionen:

$$\begin{aligned}
 119 : 2 &= 59 \text{ R } 1 \\
 59 : 2 &= 29 \text{ R } 1 \\
 29 : 2 &= 14 \text{ R } 1 \\
 14 : 2 &= 7 \text{ R } 0 \\
 7 : 2 &= 3 \text{ R } 1 \\
 3 : 2 &= 1 \text{ R } 1 \\
 1 : 2 &= 0 \text{ R } 1 \Rightarrow 111\ 0111_2
 \end{aligned}$$

Dezimal \Rightarrow Dual
fortlaufende Divisionen:

$$\begin{aligned}
 127 : 2 &= 63 \text{ R } 1 \\
 63 : 2 &= 31 \text{ R } 1 \\
 31 : 2 &= 15 \text{ R } 1 \\
 15 : 2 &= 7 \text{ R } 1 \\
 7 : 2 &= 3 \text{ R } 1 \\
 3 : 2 &= 1 \text{ R } 1 \\
 1 : 2 &= 0 \text{ R } 1 \Rightarrow 111\ 1111_2
 \end{aligned}$$

- b) Bilden Sie nun bitte die Differenz $(119 - 127 = -8)_{10}$ im Dualzahlensystem, und weisen Sie die Richtigkeit Ihres (negativen) Ergebnisses nach, indem Sie dessen Absolutbetrag $(8_{10}=1000_2)$ ebenfalls im Dualzahlensystem ermitteln.

\Rightarrow

$$\begin{array}{r}
 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \\
 -\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 \Rightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 \hline
 +\ 1 \\
 \hline
 (\ddot{U})\ 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0
 \end{array}$$

Führende Eins verweist auf negatives Vorzeichen:

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0 \\
 \Rightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 +\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1 \\
 +\ 1 \\
 \hline
 (\ddot{U})\ 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 =\ 1\ 0\ 0\ 0_2 = 8_{10}
 \end{array}$$

4. **Aufgabe** (25 Punkte + 5 Sonderpunkte)

Im Haus Ihrer Wohnung gegenüber wohnen mehrere Kommilitonen von Ihnen, in Wohngemeinschaften, die keinen Internet-Anschluß haben. Sie versprechen ihnen, sobald Sie die Gdl-Klausurergebnisse auf der entsprechenden Homepage entdecken, sich ans Fenster zu stellen und mit Ihrer Taschenlampe die Noten in der Reihenfolge ihrer Matrikel-Nummern zu übermitteln. Um nicht unnötig lange dafür zu brauchen, beschließen Sie, die Noten im Schulnoten-System (1 bis 5) zu erfassen und nach Huffman zu codieren. Dabei orientieren Sie sich an den gerundeten Ergebnissen der letzten Klausur:

| Note | Häufigkeit [in %] |
|----------------------|-------------------|
| S ehr gut | 10 |
| G ut | 30 |
| B efriedigend | 10 |
| A usreichend | 30 |
| M angelhaft | 20 |

Behandeln Sie bitte folgende Fragen:

- a) Wie hoch ist der Informationsgehalt $h(S)$, $h(G)$, $h(B)$, $h(A)$, $h(M)$ jedes der 5 vorgenannten Notenergebnisse?

Berechnen Sie bitte diese Werte ausschließlich unter Verwendung der stark gerundeten Einträge der folgenden Tabelle.

| x | lg x |
|-----|------|
| 1,5 | 0,19 |
| 2,0 | 0,30 |
| 2,5 | 0,40 |

| x | lg x |
|-----|------|
| 3,0 | 0,49 |
| 5,0 | 0,69 |
| 8,0 | 0,90 |

$$h_i = \text{Id} [1/p_i]$$

$$h(S) = h(B) = \text{Id} (100/10) = (\lg 10) / \lg 2 \\ \approx 1 / 0,3 = 10/3 = 3,333\dots$$

$$h(G) = h(A) = \text{Id} (100/30) = (\lg 100 - \lg 30) / \lg 2 \\ \approx (2 - 1,49) / 0,3 = 0,51 / 0,3 = 1,7$$

$$h(M) = \text{Id} (100/20) = \lg 5 / \lg 2 = 0,69 / 0,3 = 2,3$$

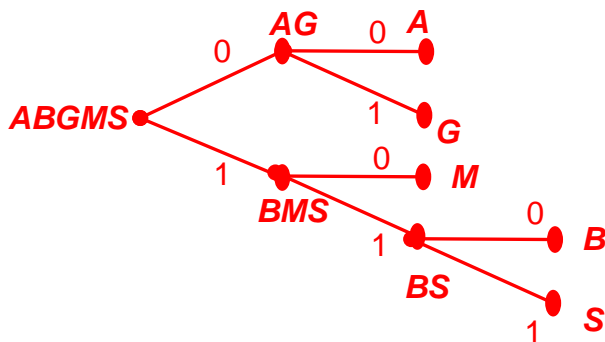
- b) Wie hoch ist der mittlere Informationsgehalt H, der sich aus den 5 individuellen Werten h(S), h(G), h(B), h(A), h(M) ergibt?

$$H = p(S) h(S) + p(G) h(G) + p(B) h(G) + p(A) h(A) + p(M) h(M) \\ = 2 * 0,1 * 10/3 + 2 * 0,3 * 1,7 + 0,2 * 2,3 \\ = 0,666\dots + 1,02 + 0,46 \\ = 2,14666\dots$$

- c) Codieren Sie nun bitte die Notenergebnisse als binäre Nachrichten x_i nach der Huffman-Methode. Sie können (müssen nicht) dazu die Struktur der vorbereiteten Tabelle nutzen:

| | | | | | | | | | |
|----------|-------------|-----------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|--------------|------------|
| x_i | $p(x_i)$ | | | | | | | | |
| A | 0,30 | A | 0,30 | BMS | 0,40 | AG | 0,60 | ABGMS | 1,0 |
| G | 0,30 | G | 0,30 | A | 0,30 | BMS | 0,40 | | |
| M | 0,20 | M | 0,20 | G | 0,30 | | | | |
| B | 0,10 | BS | 0,20 | | | | | | |
| S | 0,10 | | | | | | | | |

d) Erstellen Sie nun bitte den Binärbaum, der sich aus der Anwendung der Huffman-Methode ergibt:



e) Tragen Sie bitte in der untenstehenden Tabelle die Binärcodierung für die Noten ein, wie sie sich aus der Anwendung der Huffman-Methode ergibt sowie die Anzahl m der jeweils benötigten Binärstellen:

| Note | Code | | | m_i |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| A | 0 | 0 | | 2 |
| G | 0 | 1 | | 2 |
| M | 1 | 0 | | 2 |
| B | 1 | 1 | 0 | 3 |
| S | 1 | 1 | 1 | 3 |

f) Rechnen Sie bitte vor, wie hoch die mittlere Binärstellenzahl bei der Codierung nach Huffman ist:

$$m = \sum (p_i \cdot m_i)$$

$$= m(S) p(S) + m(G) p(G) + m(B) p(B) + m(A) p(A) + m(M) p(M)$$

$$= 3 * 0,1 + 2 * 0,3 + 3 * 0,1 + 2 * 0,3 + 2 * 0,2$$

$$= 2,2 \text{ bit / Nachricht}$$

(5 Sonderpunkte)

Welchen Informationsgehalt hätten die zu übermittelnden Noten, wenn sie gleich wahrscheinlich wären, und wieviele Bit (Lichtzeichen) würden Sie zur Übermittlung jeder Note benötigen?

(Hinweis: Die zur Rechnung benötigten Zahlenwerte sind anderen Aufgaben dieser Klausur zu entnehmen.)

Informationsgehalt bei gleich wahrscheinlichen Noten:

Einheitliche Wahrscheinlichkeit:

$$p_i = 1/5 = 20\%$$

Informationsgehalt:

$$H = h_i = \text{Id} [1/p_i] = \text{Id} [1 / (1/5)] = \text{Id} 5$$

$$= \lg (5) / \lg (2) \approx 0,69 / 0,3 = 2,3 \text{ bit}$$

Codierungslänge:

$$\Rightarrow l \geq 2,3... \Rightarrow l = 3 \text{ Bit}$$

Platz für Notizen: