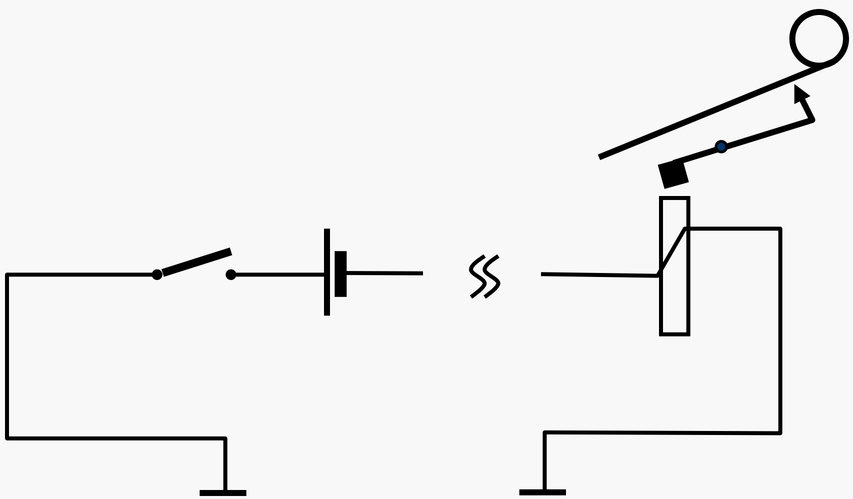
Informationsdarstellung

- Signale und Logik
- Grundzüge der Booleschen Algebra
- Signale und Logik (2)
- Grundzüge d. Informationstheorie

  [Logarithmen-Repetitorium]
- Zahlensysteme und ihre Anwendung
- Signale und Logik (3)
- Rechnen mit Signalen
- Darstellung von Rechenwegen $\neg$

Erfindung des Telegraphen (Samuel Morse, 1837): Energieform wird als Signal genutzt (vgl. Feuer)

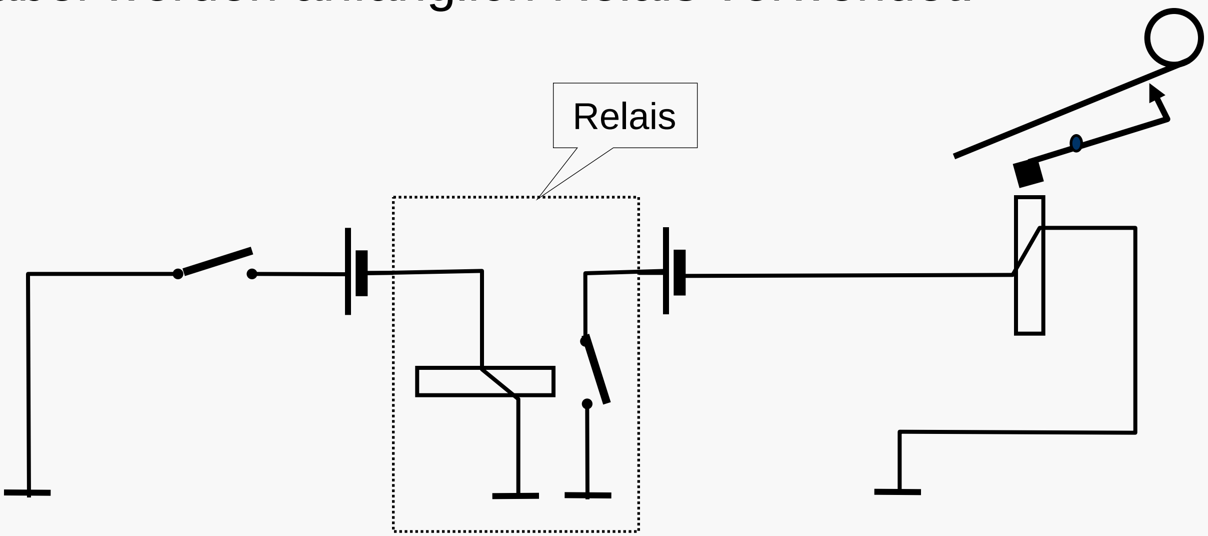


Signal: veränderliche physikalische oder logische Größe, die zur Informationsdarstellung u./o. -übertragung eingesetzt wird.

Übertragung nicht von Energie, sondern von (unterscheidbaren) Zuständen: Nutzen unabhängig von eingesetzter Leistung.

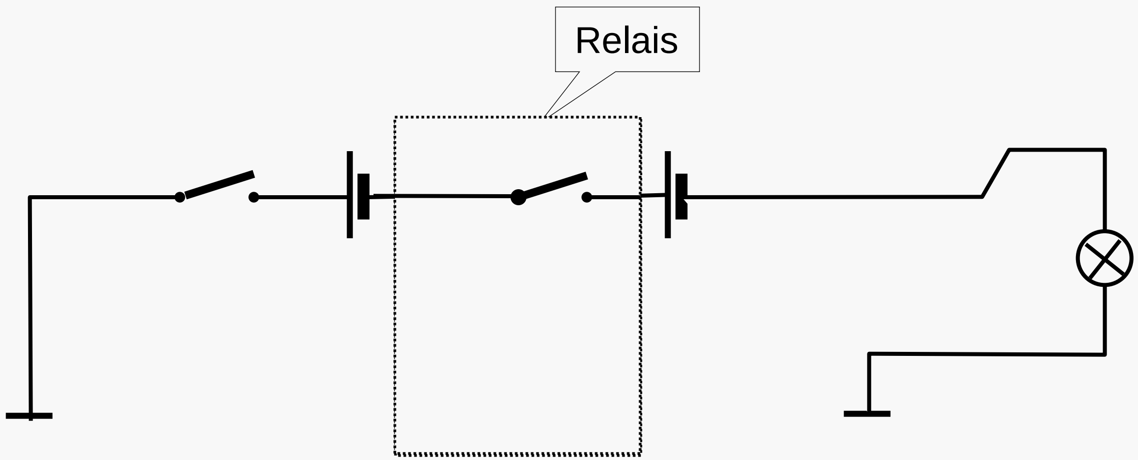
Für Übertragungen über große Entfernungen muß das Signal verstärkt werden (Spannungsabfall entlang d. Telegraphenleitung).

Dabei werden anfänglich Relais verwendet.



Relais trennen die Stromkreise von Sender u. Empfänger und erleichtern den Zusammenschluß mehrerer Sende- u. Empfangs-stationen.

Unabhängig von der Telegraphie bewirkte der Einsatz von Relais auch eine Trennung von Nutz- u. Schaltsignal.



Anfang des 20. Jh. werden Relais von Elektronenröhren und diese Mitte des Jh. von Transistoren abgelöst.

Allen gemeinsam ist die Eignung zu sog. logischen Schaltungen (im folgenden symbolisch als einfache Schalter dargestellt).

Grundzüge der Booleschen Algebra

Die Boolesche Algebra (Schaltalgebra) bietet Formalismen zur Behandlung logischer Beziehungen und Verknüpfungen, wie sie z.B. in logischen Schaltungen vorkommen.

Sie nutzt die Regeln der Mengenlehre und dient als mathematisches Hilfsmittel

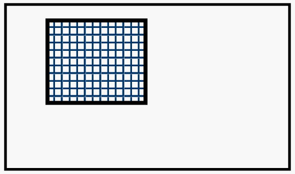
- bei der Beschreibung von Signal-Verknüpfungen und speicherfreien (sog. kombinatorischen) Schaltungen,
- beim Schaltungsentwurf bei vorgeschriebener Funktion,
- bei der Minimierung des technischen Aufwands. ¬

Grundzüge der Booleschen Algebra

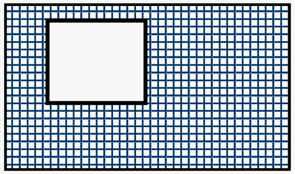
Logische (Boolesche) Variablen x_i (i=1,...) sind **binär** - d.h.: sie nehmen genau einen von zwei Werten (Zuständen) an: $x_i \in \{0,1\}$

Es gibt 4 logische Grundfunktionen. Sie sind beschrieben durch ihre Venn-Diagramme, logischen Schaltungen („Gatter“) und Wertetabellen („Zustands“- oder „Wahrheitstabellen“).

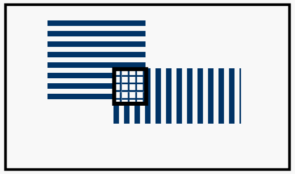
- Identität: $y = x_1$



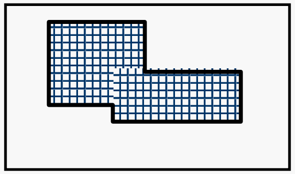
- Negation: $y = \overline{x_1}$ (NICHT x_1 ; x_1 negiert)



- Konjunktion: $y = x_1 \wedge x_2$ (x_1 UND x_2)



- Disjunktion: $y = x_1 \vee x_2$ (x_1 ODER x_2)



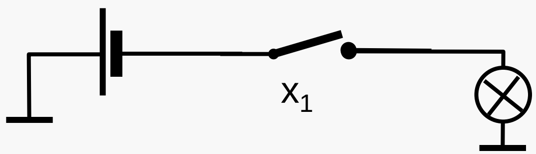
Grundzüge der Booleschen Algebra

Realisierung elementarer logischer Schaltungen (Gatter):

[1: Schalter geschlossen, Lampe leuchtet]

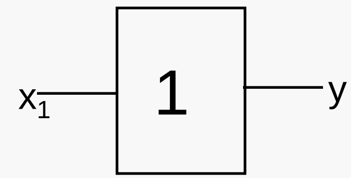
GLEICH:

(EQUAL)



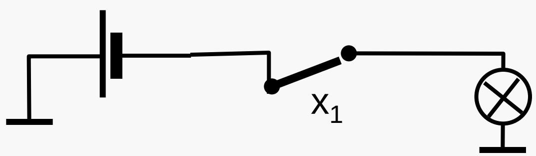
$y = x_1$

x_1	y
0	0
1	1



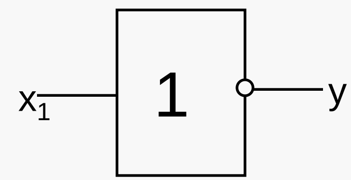
NICHT:

(NOT)



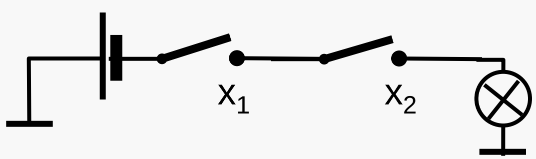
$y = \overline{x_1}$

x_1	y
0	1
1	0



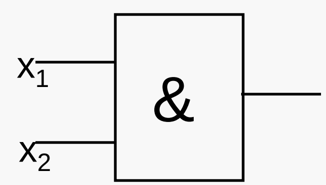
UND:

(AND)



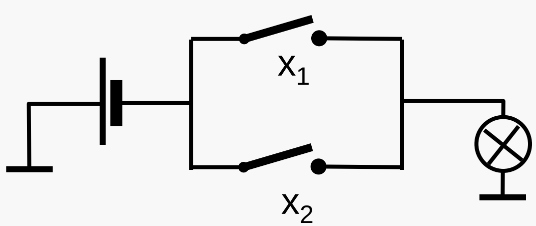
$y = x_1 \wedge x_2$

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



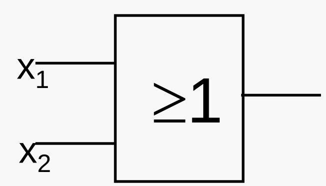
ODER:

(OR)



$y = x_1 \vee x_2$

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Mit diesen Schaltungen lassen sich alle logischen Verknüpfungen realisieren!

Beispiel:

Die Ampel an der Einfahrt einer Autowaschanlage soll grün aufleuchten, wenn

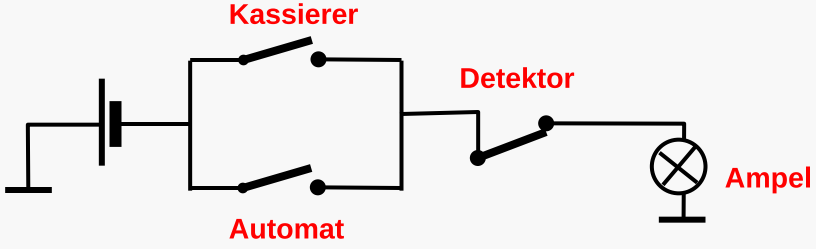
- der Kassierer per Knopfdruck die Zahlung bestätigt

ODER

- der Zahlungsautomat die Zahlung meldet

UND

- der Detektor im Waschraum kein Waschwasser (vom Vorgänger) mehr meldet:



Grundzüge der Booleschen Algebra

TECHNISCHE HOCHSCHULE MITTELHESSEN

Rechenregeln:

$\overline{1} = 0$; $\overline{0} = 1$

$\overline{\overline{x}} = x$ (Identität als doppelte Negation)

Dualitätsprinzip:

Vertauschen von $\wedge$ durch $\vee$, 0 durch 1 und umgekehrt ergibt immer eine neue Regel!

Konjunktion (AND):

$0 \wedge x = 0$

$1 \wedge x = x$

$x \wedge x = x$

$x \wedge \overline{x} = 0$

Disjunktion (OR):

$0 \vee x = x$

$1 \vee x = 1$

$x \vee x = x$

$x \vee \overline{x} = 1$ $x \in \{0,1\}$

Ähnlichkeiten zwischen:

AND u. Multiplikation

OR u. Addition

Grundzüge der Booleschen Algebra

Rechenregeln:

$\overline{1} = 0\ ;\ \overline{0} = 1$

$\overline{\overline{x}} = x$ (Identität als doppelte Negation)

Dualitätsprinzip:

Vertauschen von $\wedge$ durch $\vee$, 0 durch 1 und umgekehrt ergibt immer eine neue Regel!

Konjunktion (AND):

$0 \bullet x = 0$

$1 \bullet x = x$

$x \bullet x = x$

$x \bullet \overline{x} = 0$

Disjunktion (OR):

$0 + x = x$

$1 + x = 1$

$x + x = x$

$x + \overline{x} = 1 \qquad x \in \{0,1\}$

(Nach Klammern und Negation:)

AND- vor OR-Rechnung!

(vgl. Punkt-/Strichrechnung)

Grundzüge der Booleschen Algebra

Kommutativgesetze (Vertauschungsgesetze)

$$x_1 \wedge x_2 = x_2 \wedge x_1$$

$$x_1 \vee x_2 = x_2 \vee x_1$$

Assoziativgesetze (Verbindungsgesetze)

$$x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 = x_1 \wedge (x_2 \wedge x_3) = (x_1 \wedge x_2) \wedge x_3$$

$$x_1 \vee x_2 \vee x_3 = x_1 \vee (x_2 \vee x_3) = (x_1 \vee x_2) \vee x_3$$

Distributivgesetze (Verteilungsgesetze)

$$x_1 \wedge (x_2 \vee x_3) = x_1 \wedge x_2 \vee x_1 \wedge x_3$$

$$x_1 \vee (x_2 \wedge x_3) = (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_3)$$

$$= x_1 \vee x_2 \wedge x_3$$

Dualitätsprinzip der Booleschen Algebra

Absorptionsgesetze:

$$x_1 \vee \; x_1 \wedge x_2 \; = x_1$$

$$x_1 \wedge (x_1 \vee x_2) = x_1$$

$$x_1 \wedge (\overline{x_1} \vee x_2) = x_1 \wedge x_2$$

$$x_1 \vee (\overline{x_1} \wedge x_2) = x_1 \vee x_2$$

Regeln von De Morgan: (Negationsregeln)

$$\overline{x_1 \wedge x_2} = \overline{x_1} \vee \overline{x_2}$$ (NAND = NOT OR NOT)

$$\overline{x_1 \vee x_2} = \overline{x_1} \wedge \overline{x_2}$$ (NOR = NOT AND NOT)

$\neg$

Beispiel:

Wenn Gegenstand der Informatik alles ist, was der Erfassung, (oder) Speicherung, (oder) Bearbeitung, (oder) Übertragung, (oder) Umsetzung von Daten dient, was bildet dann <u>keinen</u> Gegenstand dieser Wissenschaft?

$$G_{(I)} = E \vee S \vee B \vee Ü \vee U$$

Antwort:

Alles, was nicht der Erfassung, (und nicht) der Speicherung, (und nicht) der Bearbeitung, (und nicht) der Übertragung (und nicht) der Umsetzung von Daten dient.

$$\overline{G_{(I)}} = \overline{E \vee S \vee B \vee Ü \vee U}$$

$$= \overline{E} \wedge \overline{S} \wedge \overline{B} \wedge \overline{Ü} \wedge \overline{U} \qquad \text{(De Morgan)}$$

ACHTUNG:

Vor der Anwendung der Negationsregeln immer Reihenfolge (Priorität) der Operationen beachten und ggf. mit Klammern sichern!

Beispiel:

$$\overline{\underbrace{x_1}_{\text{dunkler}} \vee \underbrace{x_2 \wedge x_3}_{\text{kariert}}} = \overline{x_1 \vee (x_2 \wedge x_3)} = \overbrace{\overline{x_1}}^{\text{dunkler}} \wedge \overbrace{(\overline{x_2} \vee \overline{x_3})}^{\text{irgendeine Schraffur}}$$

$$= \overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \wedge \overline{x_3}$$