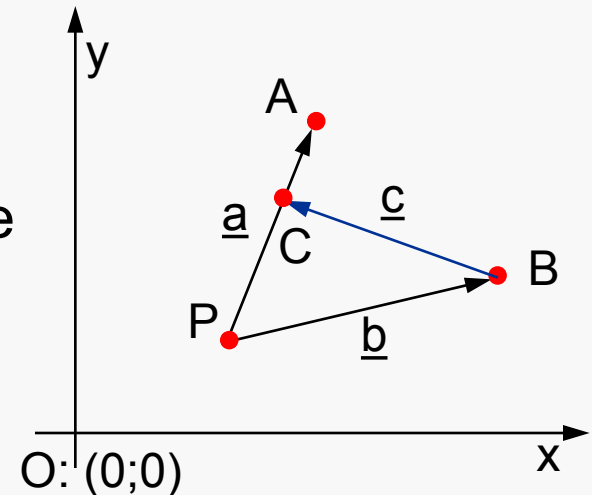


- Abstand zwischen den Punkten P, A:

$$|\underline{PA}| = [(x_A - x_P)^2 + (y_A - y_P)^2]^{1/2}$$

- Fußpunkt C des Lotes von B auf die Gerade durch P und A:

$$\begin{aligned}\underline{PC} &= (\underline{b} \cdot \underline{e}_a) \cdot \underline{e}_a \\ &= (\underline{b} \cdot \underline{a}) \cdot \underline{a} / (\underline{a} \cdot \underline{a}) \\ &= [(\underline{b} \cdot \underline{a}) / |\underline{a}|^2] \cdot \underline{a}\end{aligned}$$



- Lot \underline{c} vom Punkt B auf die Gerade durch P und A:

Aus $\underline{PC} = \underline{b} + \underline{c}$ folgt:

$$\begin{aligned}\underline{c} &= \underline{PC} - \underline{b} \\ &= [(\underline{b} \cdot \underline{a}) / |\underline{a}|^2] \cdot \underline{a} - \underline{b}\end{aligned}$$

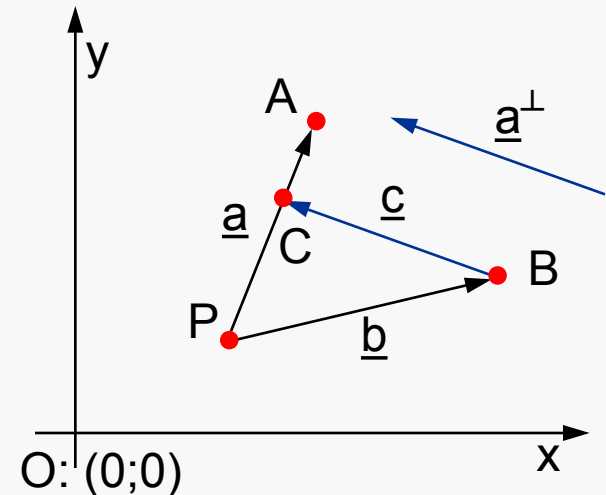
Leichtere Handhabung bei Verwendung von \underline{a}^\perp :

- Lot \underline{c} als Projektion von $(-\underline{b})$ auf \underline{a}^\perp :

$$\begin{aligned}\underline{c} &= (-\underline{b} \cdot \underline{e}_{\underline{a}^\perp}) \cdot \underline{e}_{\underline{a}^\perp} \\ &= [(-\underline{b} \cdot \underline{a}^\perp) / |\underline{a}|^2] \cdot \underline{a}^\perp\end{aligned}$$

- Ermittlung der Koordinaten von B aus dem Fußpunkt C des Lotes von B auf \underline{PA} und der Lotlänge $|\underline{c}|$:

$$\begin{aligned}\underline{B} &= \underline{C} - |\underline{c}| \cdot \underline{e}_{\underline{a}^\perp} \\ &= \underline{C} - (|\underline{c}| / |\underline{a}|) \cdot \underline{a}^\perp\end{aligned}$$



1. Beispiel

- Gegeben: P: (-2; -1), A: (4; 2), B: (3; -1)
- Gesucht: Lot-Fußpunkt C, Lot \underline{c}
- Lösung:

$$\underline{a} = [4; 2]^T - [-2; -1]^T = [6; 3]^T$$

$$|\underline{a}|^2 = [6; 3] \cdot [6; 3]^T = 45$$

$$\underline{b} = [3; -1]^T - [-2; -1]^T = [5; 0]^T$$

$$\underline{b} \cdot \underline{a} = [5; 0] \cdot [6; 3]^T = 30$$

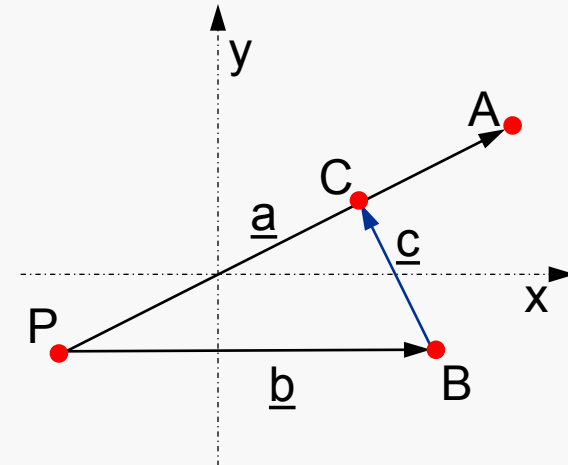
Lage des Lot-Fußpunktes C auf der Strecke \underline{PA} :

$$\underline{PC} = [(\underline{b} \cdot \underline{a}) / |\underline{a}|^2] \cdot \underline{a} = [30 / 45] \cdot [6; 3]^T = [4; 2]^T$$

Koordinaten des Lot-Fußpunktes C:

$$C = P + \underline{PC} = [-2; -1]^T + [4; 2]^T = [2; 1]^T$$

$$\text{Lot } \underline{c} \text{ (Strecke } \underline{BC}\text{): } \underline{c} = \underline{PC} - \underline{b} = [4; 2]^T - [5; 0]^T = [-1; 2]^T$$



2. Beispiel (Verwendung von \underline{a}^\perp)

- Gegeben: P: (-2; -1), A: (4; 2), B: (3; -1)
- Gesucht: Lot-Fußpunkt C, Lot \underline{c}
- Lösung:

$$\underline{a} = [4; 2]^\top - [-2; -1]^\top = [6; 3]^\top$$

$$\underline{a}^\perp = [-3; 6]^\top$$

$$|\underline{a}^\perp|^2 = |\underline{a}|^2 = [6; 3] \cdot [6; 3]^\top = 45$$

$$\underline{b} = [3; -1]^\top - [-2; -1]^\top = [5; 0]^\top$$

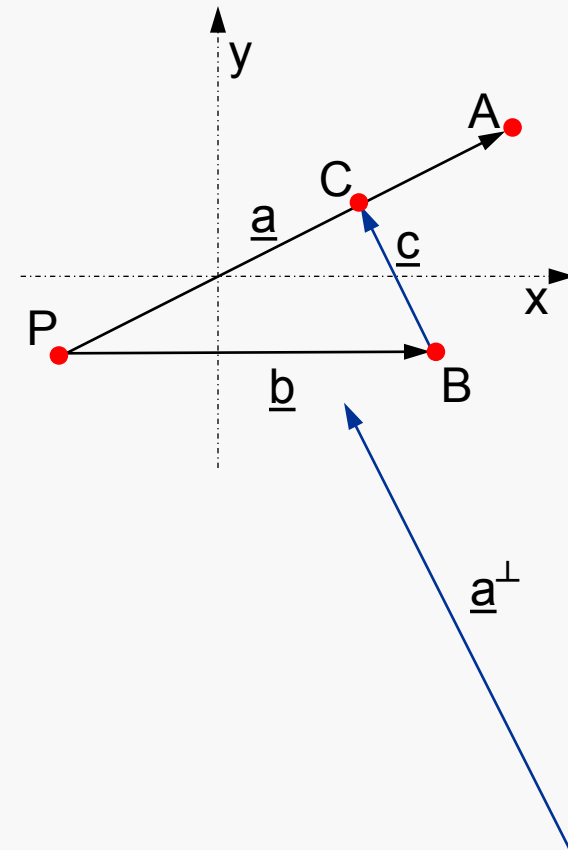
$$-\underline{b} \cdot \underline{a}^\perp = [-5; 0] \cdot [-3; 6]^\top = 15$$

Lot \underline{c} (Strecke \underline{BC}):

$$\underline{c} = [(-\underline{b} \cdot \underline{a}^\perp) / |\underline{a}|^2] \cdot \underline{a}^\perp$$

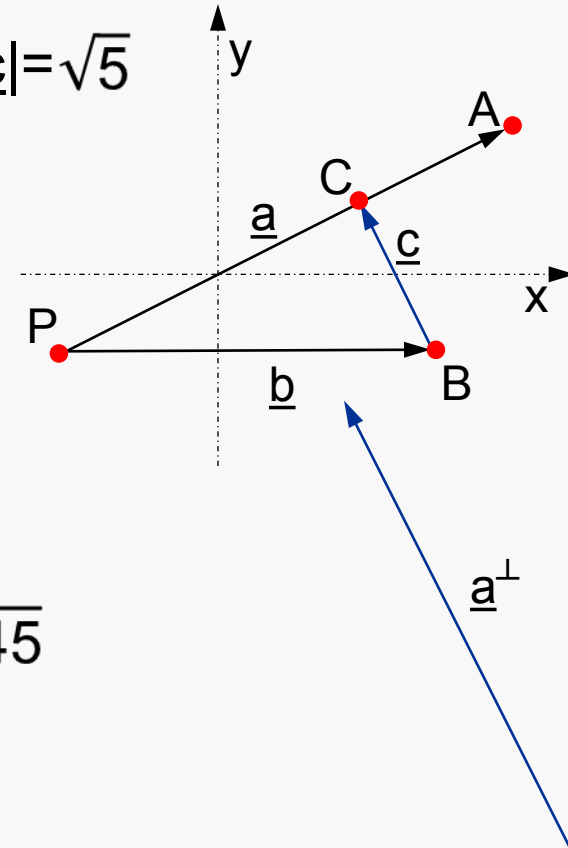
$$= (15 / 45) \cdot [-3; 6]^\top = [-1; 2]^\top \text{ (gleiches Ergebnis, s.o.)}$$

$$\text{Lotlänge: } |\underline{c}| = (1^2 + 2^2)^{1/2} = \sqrt{5}$$



3. Beispiel (Verwendung von \underline{a}^\perp)

- Gegeben: P: (-2; -1), A: (4; 2), C: (2; 1), $|\underline{c}| = \sqrt{5}$
- Gesucht: Punkt B in Entfernung $|\underline{c}|$ über dem Lot-Fußpunkt C



- Lösung:

$$\underline{a} = [4; 2]^T - [-2; -1]^T = [6; 3]^T$$

$$\underline{a}^\perp = [-3; 6]^T$$

$$|\underline{a}^\perp|^2 = |\underline{a}|^2 = [6; 3] \cdot [6; 3]^T = 45 \Rightarrow |\underline{a}| = \sqrt{45}$$

$$B = C - (|\underline{c}| / |\underline{a}|) \cdot \underline{a}^\perp$$

$$= [2; 1]^T - (\sqrt{5} / \sqrt{45}) \cdot [-3; 6]^T$$

$$= [2; 1]^T - (1/3) \cdot [-3; 6]^T = [2; 1]^T - [-1; 2]^T$$

$$= [3; -1]^T$$