Globale Operationen: Hough

- Häufige Aufgabenstellung in der Bildverarbeitung:
  Extraktion kollinearer Punkte aus einem Punkteschwarm
  Paul V.C. Hough: U.S. Patent 3 069 654; 1962
  "Method and means for recognizing complex patterns"
  Ursprung/Hintergrund:
  Erkennung v. Flugbahnen radioaktiver Teilchen auf Fotos
- Grundidee:
  - Mathematik –

  Ermittlung von Punkten,
  die zu Geraden gehören (z.B. Interpolation)
  - Mustererkennung –

  Ermittlung von Geraden,
  die durch Punkte führen (z.B. Kantendetektion)

Grundidee:

Suche nach gemeinsamer Steigung *m* und Achsenabschnitt *b*, die Punkte mit bekannten Koordinaten (*x*, *y*) erfüllen

vgl. Geradengleichung: Suche nach Koordinaten (*x*, *y*) von Punkten, die zu einer Geraden mit bekannten (*m*, *b*) gehören

Geradengleichung: $y(x) = m \cdot x + b$ ⇔ **Hough-Transformation:** $b(m) = -x \cdot m + y$

Beispiel:

m=–1; b=4	
y(x)=-1·x+4	
x	**y**
1	3
2	2
3	1

x=1; y=3	
b(m)=-1·m+3	
m	**b**
-1	4
0	3
1	2

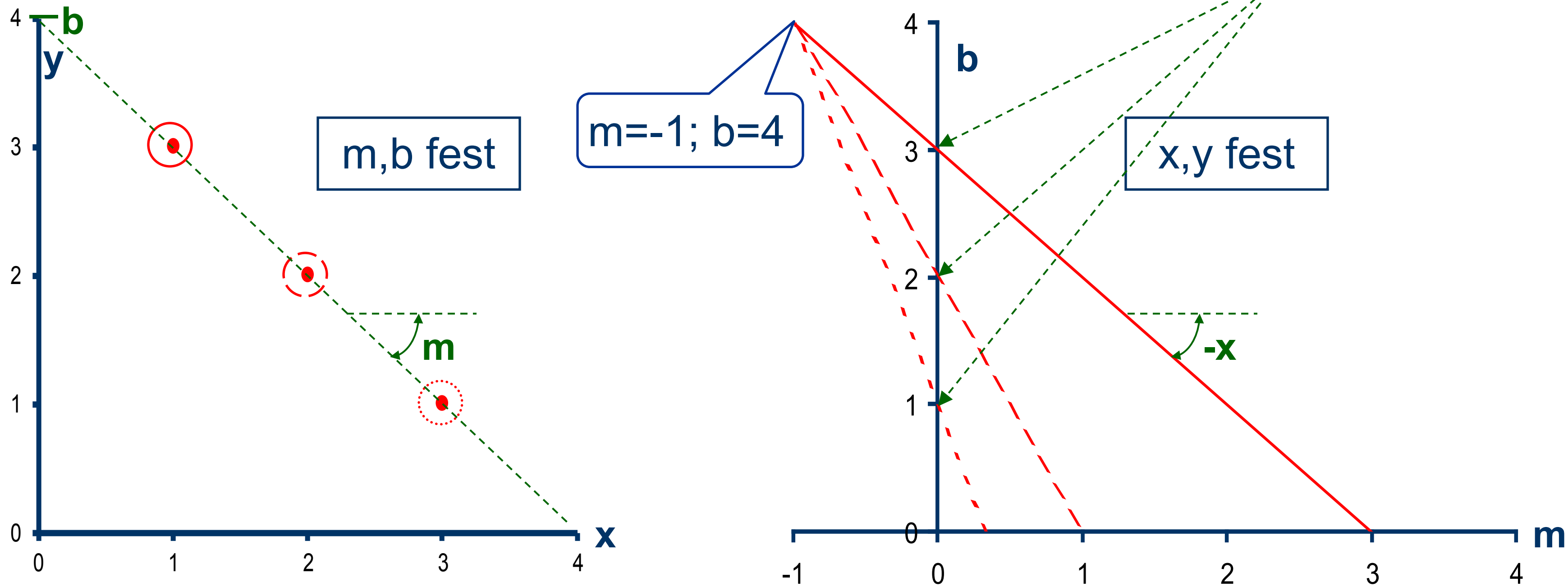
x=2; y=2	
b(m)=-2·m+2	
m	**b**
-1	4
0	2
1	0

x=3; y=1	
b(m)=-3·m+1	
m	**b**
-1	4
0	1
1	-2

Globale Operationen: Hough

Geradengleichung: $\quad\Leftrightarrow\quad$ Hough-Transformation:

$y(x) = m \cdot x + b \quad\Leftrightarrow\quad b(m) = -x \cdot m + y$



- Rollen-Vertauschung: Steigung m $\Leftrightarrow$ Abszisse x
  Achsenabschnitt b $\Leftrightarrow$ Ordinate y
- Abbildung von Punkten in Geraden und umgekehrt

Globale Operationen: Hough

- Die Hough-Transformation transformiert Punkte in Geraden und umgekehrt.

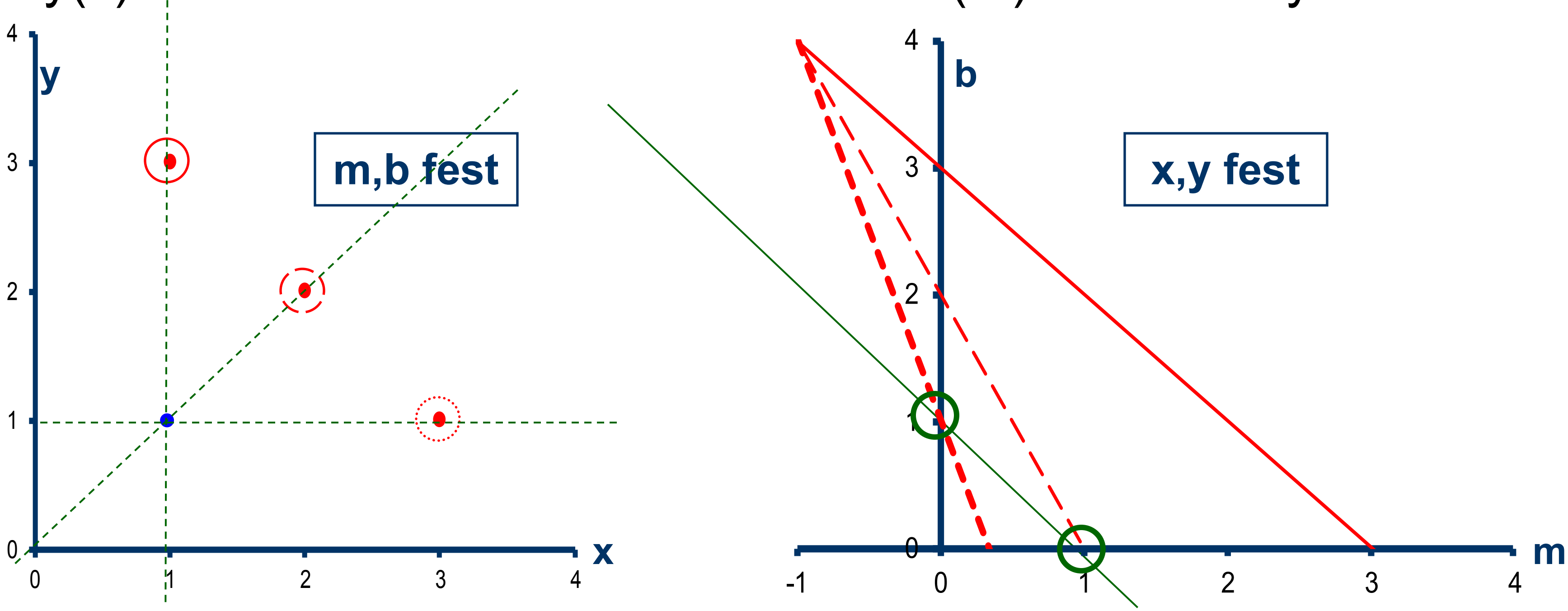
  Schneiden sich mehrere solcher Geraden in einem Punkt der m-b-Ebene, so sind die korrespondierenden Punkte der x-y-Ebene kollinear.

  Der Schnittpunkt selbst mit den Koordinaten (m,b) ist die Transformierte jener Geraden der x-y-Ebene, welche die dazugehörigen Punkte enthält.

- Jeder hinzugenommene Punkt der x-y-Ebene erzeugt mit seiner Transformierten neue Schnittpunkte. Sie alle bieten ein Bild der Geraden, die mit den betrachteten Punkten gebildet werden können.

Globale Operationen: Hough

Geradengleichung: $y(x) = m \cdot x + b$ ⇔ Hough-Transformation: $b(m) = -x \cdot m + y$



Problem: Abbildung vertikal verlaufender Geraden ($m,b \to \infty$)

Abhilfe: Hessesche Normalform

Globale Operationen: Hough

Zur Erinnerung – Otto Hesse (D, 1811-1874):

Erfassung der Geraden $y = m \cdot x + b$ durch ihren Abstand (Lotlänge) R zum Koordinatenursprung und den Winkel θ von der positiven x-Achse zu diesem Lot.

Umrechnung von (m,b) auf (R,θ):

$\sin(\theta) = \sin(\pi - \theta) = R / b \Rightarrow \underline{b = R / \sin(\theta)}$

$m = \mathrm{tg}(\theta - \pi/2) = \sin(\theta - \pi/2) / \cos(\theta - \pi/2)$

$\underline{\sin(\theta-\pi/2)} = \sin(\theta)\cdot\cos(-\pi/2) - \cos(\theta)\cdot\sin(-\pi/2)$

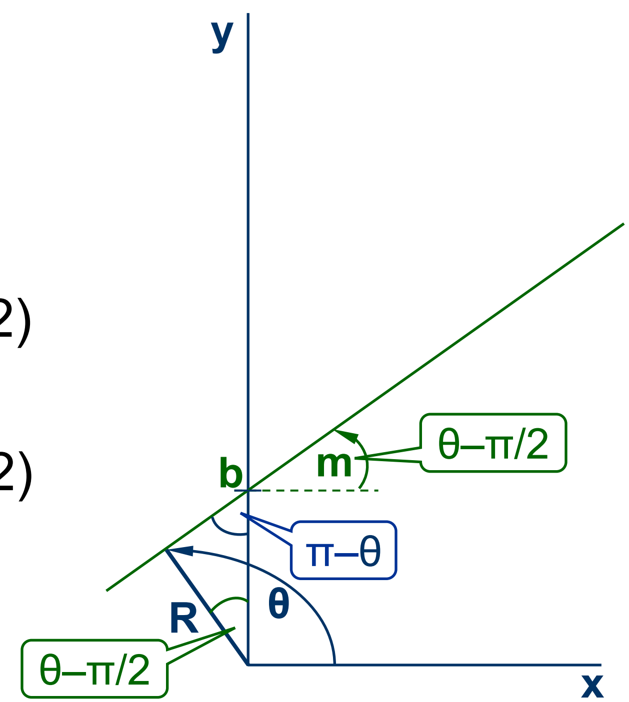
$\quad = \underline{\cos(\theta)}$

$\underline{\cos(\theta-\pi/2)} = \cos(\theta)\cdot\cos(-\pi/2) + \sin(\theta)\cdot\sin(-\pi/2)$

$\quad = \underline{-\sin(\theta)}$

$y = x \cdot \sin(\theta-\pi/2) / \cos(\theta-\pi/2) + R / \sin(\theta)$

$\quad = -x \cdot \cos(\theta) / \sin(\theta) + R / \sin(\theta)$



$\Rightarrow$ $\boxed{R(\theta) = x \cdot \cos(\theta) + y \cdot \sin(\theta)}$

Hessesche Normalform

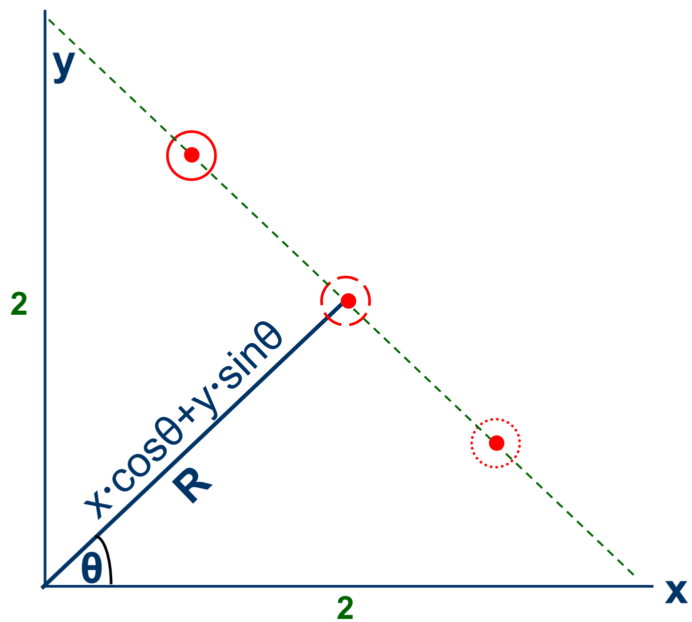
$\sin(\alpha\pm\beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$
$\cos(\alpha\pm\beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$

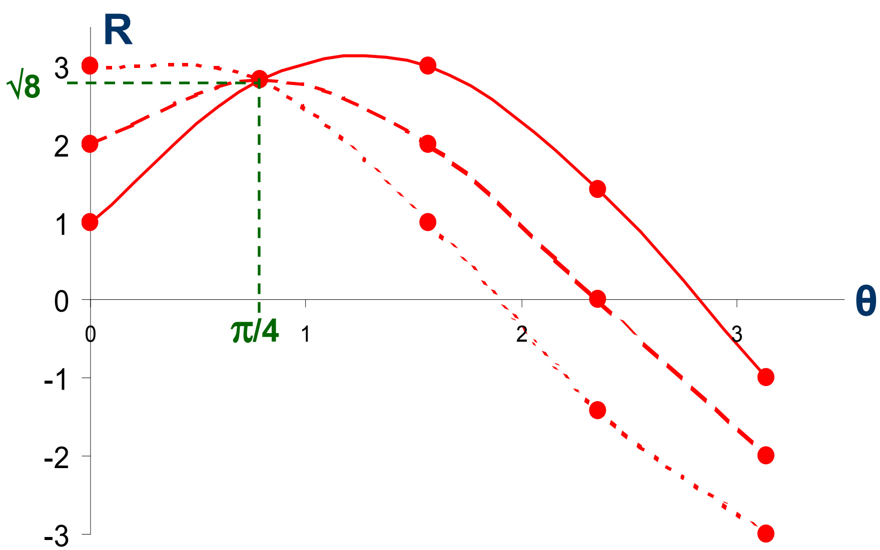
Globale Operationen: Hough

Einbeziehung (quasi-)vertikaler Geraden (m,b → ±∞) durch die Hessesche Normalform:

$$R(\theta) = x \cdot \cos\theta + y \cdot \sin\theta \quad (x,y \text{ fest}; 0 \leq \theta < \pi)$$

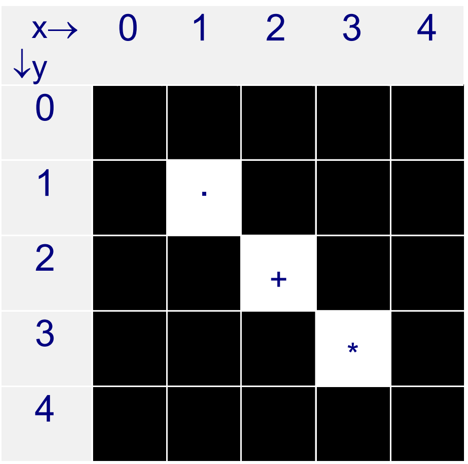
Punkte (x, y) werden in Sinusoide R(θ) abgebildet.





Globale Operationen: Hough

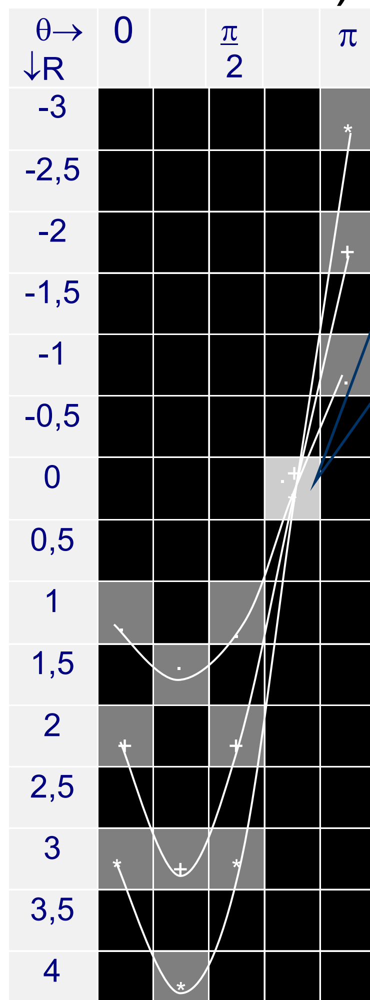
Anwendung auf Bilder (schemenhaft):

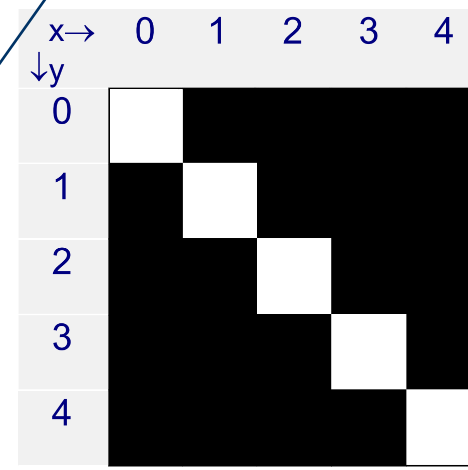


$R_{ij} = x_i \cdot \cos\theta_j + y_i \cdot \sin\theta_j$

$(x_i,y_i) \in \{ (1,1); (2,2); (3,3) \}$

$\theta_j \quad \in \{ 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi \}$





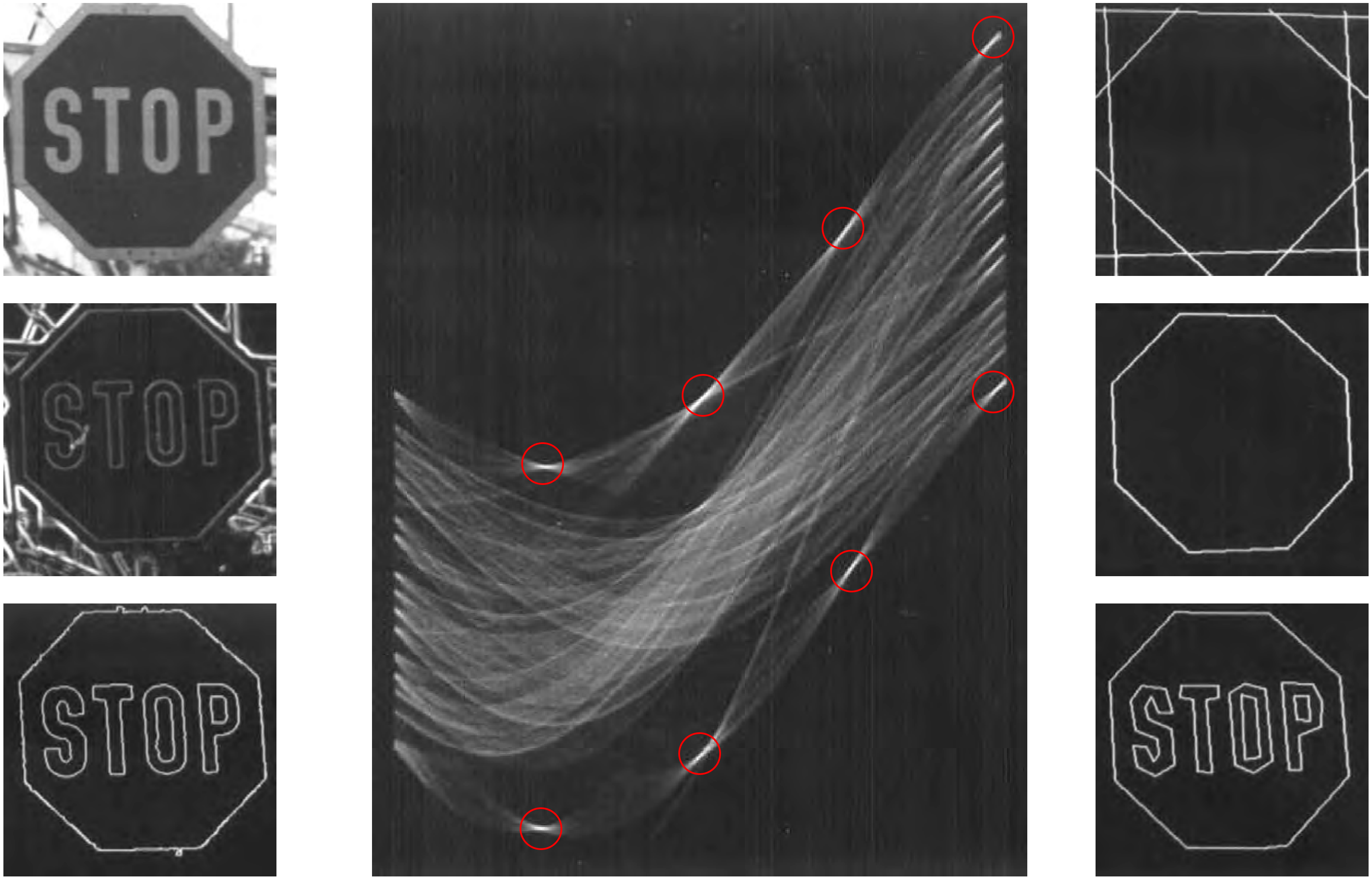
Ergebnis:

Akku-Maximum für

$R=0, \theta=3\pi/4$

Globale Operationen: Hough

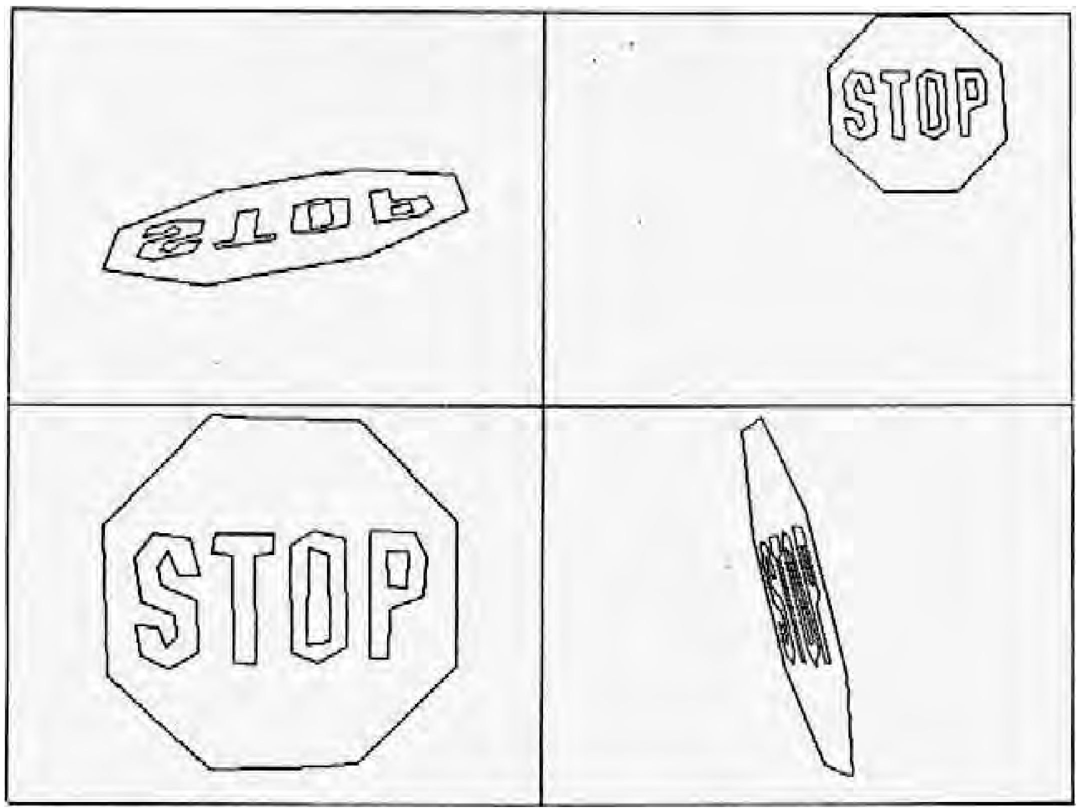
Prof. Dr. Aris Christidis • WS 2017 / 18



Bildpunkt-Beschreibung ⇨ Koordinaten-Beschreibung

Globale Operationen: Hough

Koordinaten-Beschreibung ⇨ Koordinaten-Transformationen:



Globale Operationen: Hough

Fotografische Datenbasen-Generierung für die Simulation von Verkehrsszenen

Bildanalyse ⇨ Bildsynthese

Globale Operationen: Hough

Weiterführende Aspekte u.a.:

- Genauigkeitsgrenzen (Bildauflösung, Rauschen)
- Erweiterungen auf „Complex Patterns"
- Schwellwertsuche Umgang mit Grauwerten
- Hough: Merkmalsextraktion!

Anwendungsgebiete:

- Segmentierung geradlinig begrenzter (bel.) Konturen
- Findung kollinearer, paralleler o.a. adäquat erfaßter Muster
- Ergänzung unterbrochener Linien
  (Steuerung d. Rausch-Filterung / Kartografie v. Unterführungen)
- Erkennung von Fluchtlinien zum Ausrichten
  (Werkstücke auf Band / Roboter-Routenplanung im Lager)