

Table 1: z-transform  $F(z) \longleftrightarrow f(t)$ 

	$F(z)$	$f_k$ $f_k = 0$ for $k < 0$	$f(t)$ $f(t) = 0$ for $t < 0$
1	1	$\delta_k$	$\delta(t)$
2	$\frac{z}{z-1}$	$\varepsilon_k$	$\varepsilon(t)$
3	$\frac{z}{(z-1)^2}$	$k$	$\frac{t}{T}$
4	$\frac{z \cdot (z+1)}{(z-1)^3}$	$k^2$	$\frac{t^2}{T^2}$
5	$\frac{z}{z-e^{-a}}$	$e^{-ak}$	$e^{-a\frac{t}{T}}$
6	$\frac{z}{(z-e^{-a})^2}$	$ke^{-ak}$	$\frac{t}{T} e^{-a\frac{t}{T}}$
7	$\frac{z \cdot (z+e^{-a}) \cdot e^{-a}}{(z-e^{-a})^3}$	$k^2 e^{-ak}$	$\frac{t^2}{T^2} e^{-a\frac{t}{T}}$
8	$\frac{z \cdot (1-e^{-a})}{(z-1) \cdot (z-e^{-a})}$	$1-e^{-ak}$	$1-e^{-a\frac{t}{T}}$
9	$\frac{z \cdot \sin \omega T}{z^2 - z \cdot 2 \cos \omega T + 1}$	$\sin \omega T k$	$\sin \omega t$
10	$\frac{z \cdot (z - \cos \omega T)}{z^2 - z \cdot 2 \cos \omega T + 1}$	$\cos \omega T k$	$\cos \omega t$
11	$\frac{z \cdot e^{-a} \cdot \sin \omega T}{z^2 - z \cdot 2e^{-a} \cdot \cos \omega T + e^{-2a}}$	$e^{-ak} \cdot \sin \omega T k$	$e^{-a\frac{t}{T}} \cdot \sin \omega t$
12	$\frac{z \cdot (z - e^{-a} \cdot \cos \omega T)}{z^2 - z \cdot 2e^{-a} \cdot \cos \omega T + e^{-2a}}$	$e^{-ak} \cdot \cos \omega T k$	$e^{-a\frac{t}{T}} \cdot \cos \omega t$
13	$\frac{z \cdot (z \cdot \sin \varphi + e^{-a} \cdot \sin(\omega T - \varphi))}{z^2 - z \cdot 2e^{-a} \cdot \cos \omega T + e^{-2a}}$	$e^{-ak} \cdot \sin(\omega T k + \varphi)$	$e^{-a\frac{t}{T}} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

T: sample time

a: real or complex

Table 2: z-transform properties

property	function $f(t)$	sequence $f_k$	z-function $F(z)$
linearity	$a_1 \cdot f_1(t) + a_2 \cdot f_2(t)$	$a_1 \cdot f_{1k} + a_2 \cdot f_{2k}$	$a_1 \cdot F_1(z) + a_2 \cdot F_2(z)$ $a_i = \text{const.}$
damping	$e^{-\frac{t}{T}} \cdot f(t)$	$e^{-ak} \cdot f_k$	$F(e^a \cdot z)$
time-delay	$f(t-m \cdot T)$	$f_{k-m}$	$z^{-m} \cdot F(z)$ $m \in \mathbb{Q}$
summing	$\sum_{i=0}^k f(t-i \cdot T)$	$\sum_{i=0}^k f_i$	$\frac{z}{z-1} \cdot F(z)$ $f(t) = 0$ for $t < 0$
	$\sum_{i=0}^{k-1} f(t-i \cdot T)$	$\sum_{i=0}^{k-1} f_i$	$\frac{1}{z-1} \cdot F(z)$ $f(t) = 0$ for $t < 0$
differencing	$f(t) - f(t-T)$	$f_k - f_{k-1}$	$\frac{z-1}{z} \cdot F(z) - f(-T)$
	$f(t+T) - f(t)$	$f_{k+1} - f_k$	$(z-1) \cdot F(z) - z \cdot f(0)$
differencing in z-domain	$\frac{t}{T} \cdot f(t)$	$k \cdot f_k$	$-z \cdot \frac{dF(z)}{dz}$
convolution	$f_1(t) * f_2(t)$	$f_{1k} * f_{2k}$	$F_1(z) \cdot F_2(z)$
initial-value theorem <sup>1</sup>	$f(0)$	$f_0$	$\lim_{z \rightarrow \infty} (F(z))$
	$f(t \rightarrow \infty)$	$f_\infty$	$\lim_{z \rightarrow 1} ((z-1) \cdot F(z))$

T: sample time

a: real or complex

<sup>1</sup> Existence of limits assumed.