

Name:

Vorname:

Matrikel:

Semester:

1. Beweisen Sie für alle natürlichen Zahlen n die Gültigkeit der Formel

$$3 \sum_{k=1}^n (2k-1)^2 = n(4n^2-1).$$

2. Gegeben sind die Gerade $g : \bar{x} = (1, 2, 3) + \lambda(2, 0, -1)$ und die Punkte $P = (-1, 4, 0)$ und $Q = (0, 1, 5)$. Berechnen oder bestimmen Sie

- (a) den Abstand von P zur Geraden g .
- (b) die Ebene E , die g und P enthält (Koordinatenform).
- (c) den Abstand von Q zur Ebene E .
- (d) den Fußpunkt des Lotes von Q auf E .

3. G sei die Menge der Elemente des Rings \mathbb{Z}_{10} , die ein multiplikatives Inverses besitzen. Bestimmen Sie G und zeigen Sie, dass (G, \times) eine Gruppe ist. (\times ist die Modulo-Multiplikation in \mathbb{Z}_{10})

4. Die Matrix A sei ein Nullteiler im Ring der Matrizen vom Typ $n \times n$. Zeigen Sie, dass dann der Rang von A nicht maximal sein kann.
-

Hinweise:

- für **jede Aufgabe** ein **neues Blatt** beginnen
 - alle **Antworten und Lösungen ausführlich** begründen
 - Lösungen mit allen **Zwischenschritten** angeben
-

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
Punkte	4	8	4	3	-	-
erreicht						